

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7 điểm)

Câu I (2 điểm) Cho hàm số $y = \frac{mx+2}{x-1}$ (C_m), m là tham số thực.

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số đã cho khi $m = 3$.
2. Cho hai điểm $A(-3;4)$ và $B(3;-2)$. Tìm m để trên đồ thị (C_m) có hai điểm P, Q cách đều hai điểm A, B và diện tích tứ giác $APBQ$ bằng 24.

Câu II (2 điểm)

1. Giải phương trình: $16\cos^4\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - 4\sqrt{3}\cos 2x + 5 = 0$.
2. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (x+1)(y+1)+1=(x^2+x+1)(y^2+y+1) \\ x^3+3x+(x^3-y+4)\sqrt{x^3-y+1}=0 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

Câu III (1 điểm) Tính tích phân: $I = \int_1^2 x \left(1 - \frac{1}{x^4}\right) [\ln(x^2+1) - \ln x] dx$.

Câu IV (1 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . Biết đường thẳng BD chia mặt phẳng $(ABCD)$ thành hai nửa mặt phẳng, hình chiếu của đỉnh S lên mặt phẳng $(ABCD)$ thuộc nửa mặt phẳng chứa điểm A . Cạnh bên SB vuông góc với BD và có độ dài bằng $2a\sqrt{2}$, mặt phẳng (SBD) tạo với mặt đáy góc 60° . Tính thể tích hình chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC theo a .

Câu V (1 điểm) Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a^8 + b^8 + c^8 \leq 3$. Chứng minh rằng:

$$\frac{a^2}{(b+c)^5} + \frac{b^2}{(c+a)^5} + \frac{c^2}{(a+b)^5} \geq \frac{3}{32}.$$

II. PHẦN RIÊNG (3 điểm) Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần

1. Theo chương trình Chuẩn

Câu VI.a (2 điểm)

1. Trong mặt phẳng Oxy , cho hình thoi $ABCD$ có phương trình cạnh BD là $x - y = 0$. Đường thẳng AB đi qua điểm $P(1;\sqrt{3})$, đường thẳng CD đi qua điểm $Q(-2;-2\sqrt{3})$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình thoi, biết độ dài $AB = AC$ và điểm B có hoành độ lớn hơn 1.

2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ΔABC vuông cân tại C với $A(5;3;-5)$, $B(3;-1;-1)$. Lập phương trình đường thẳng d , biết d đi qua đỉnh C của ΔABC , nằm trong mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y - z = 0$ và tạo với mặt phẳng $(\beta): 2x + y - 2z + 5 = 0$ góc 45° .

Câu VII.a (1 điểm) Tìm số phức z , biết $|z| = 2$ và $(z+1)(2-i\sqrt{3}) + (\bar{z}+1)(2+i\sqrt{3}) = 14$.

2. Theo chương trình Nâng cao

Câu VI.b (2 điểm)

1. Trong mặt phẳng Oxy , cho elip $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$. Tìm tọa độ các điểm A và B thuộc (E) , có hoành độ dương sao cho tam giác OAB vuông tại O và có diện tích nhỏ nhất.

2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 2 = 0$ và đường thẳng $(d): \frac{x-2}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{3}$. Mặt cầu (S) có tâm I nằm trên đường thẳng (d) và giao với mặt phẳng (P) theo một đường tròn, đường tròn này với tâm I tạo thành một hình nón có thể tích lớn nhất. Viết phương trình mặt cầu (S) , biết bán kính mặt cầu bằng $3\sqrt{3}$.

Câu VII.b (1 điểm) Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - (1+\sqrt{3})(1-i)z - 4i = 0$ trên tập số phức. Tính $A = z_1^{2012} + z_2^{2012}$.