

## Télécommunications Fondamentales : Examen

### Exercice 1 : 7Pts

Une ligne de transmission sans pertes d'impédance caractéristique  $Z_C=50\Omega$ , de longueur  $l=100m$  et terminée par un circuit ouvert. On donne l'expression de la tension le long de cette ligne (Référence prise au niveau du récepteur).

On rappelle :  $V(x) = V_i e^{\gamma x} + V_r e^{-\gamma x}$

1. Calculez le coefficient de réflexion au niveau de la charge, en déduire le rapport d'ondes stationnaires ?
2. Donnez l'expression de  $V(x)$  en fonction de  $V_i, \beta, x$ , en déduire celle de  $I(x)$  et  $Z(x)$  ?
3. Calculez l'impédance d'entrée si  $l = \lambda/8$  ? Quelle est sa nature et donnez sa valeur ?
4. En déduire la valeur de la puissance absorbée par la charge ?

On donne l'expression de la puissance active en tout point de la ligne :

$$P_{abs}(x) = \frac{|V_i|^2}{2Z_C} e^{-2\alpha x} (1 - |\Gamma_R|^2 e^{4\alpha x})$$

### Exercice 2 : 4Pts

Soit le signal  $Y(t)$  modulé en AM à porteuse supprimée DSB-SC, tel que  $Y(t) = P(t) * S(t)$ .

On donne :  $P(t) = A_0 \sin w_0 t$  et  $S(t) = A_c \sin w_c t$ .

1. En utilisant un démodulateur synchrone, calculez l'expression  $Y_1(t) = Y(t) * \sin w_0 t$  ?
2. Donnez la représentation spectrale de ce signal ?
3. Proposer une solution pour récupérer le signal BF ?

On donne :

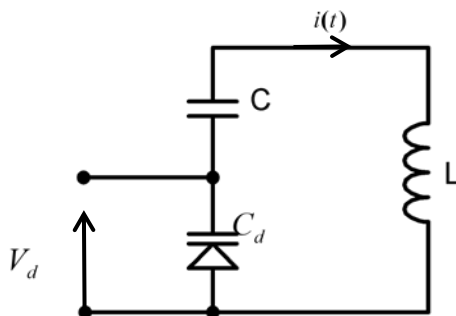
- $\cos(a)\cos(b) = \frac{1}{2}\cos(a-b) + \frac{1}{2}\cos(a+b)$
- $\sin(a)\sin(b) = \frac{1}{2}\cos(a-b) - \frac{1}{2}\cos(a+b)$
- $\sin(a)\cos(b) = \frac{1}{2}\sin(a-b) + \frac{1}{2}\sin(a+b)$

### Exercice 1 : 9Pts

Le circuit suivant est un modulateur FM à diode varicap.

La fréquence du courant  $i(t)$  dépend de  $L, C$  et de la capacité  $C_d$  de la diode. Elle est donnée par :

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{L \left( \frac{CC_d}{C+C_d} \right)}}$$



La capacité de la diode varie en fonction de la tension  $V_d$  appliquée entre ses bornes avec l'expression suivante :

$$C_d = \frac{2 \cdot 10^{-10}}{\sqrt{V_d}}$$

On applique aux bornes de la diode varicap une tension composée par une tension continue  $V=8.5$  volt et un signal sinusoïdal  $m(t)$ , tel que :  $V_d(t) = V + m(t)$ , ou bien :  $V_d(t) = 8.5 + 1.5\sin(2\pi \cdot 156 \cdot 10^3 t)$ .

1. Calculer la valeur maximale  $f_{max}$  et la valeur minimale  $f_{min}$  de  $f_0$ , si  $C=1\text{nF}$  et  $L=7\mu\text{H}$ .
2. Supposons que  $f_0$  varie linéairement en fonction de  $m(t)$  dans l'intervalle  $[f_{min}, f_{max}]$ , montrer que :  $f_0 = (0.208 \cdot m(t) + 7.487) \cdot 10^6$ . En déduire que le courant  $i(t)$  est modulé en fréquence par  $m(t)$ .
3. Quelle est la fréquence porteuse ?
4. Calculer la déviation maximale en fréquence et l'indice de modulation.
5. Tracer le spectre de  $i(t)$  en fonction de son amplitude et calculer la bande passante nécessaire pour sa transmission.
6. L'amplitude de la raie centrale du spectre est  $0.022\text{A}$ , trouver l'expression de  $i(t)$ .

**Rmq : le résultat de la question 2 peut être utilisé directement pour répondre aux questions 3,4,5 et 6.**

m	J0	J1	J2	J3	J4	J5	J6	J7	J8	J9	J10	J11	J12	J13	J14
0.25	0.98	0.12													
0.5	0.94	0.24	0.03												
1	0.77	0.44	0.11	0.02											
1.5	0.51	0.56	0.23	0.06	0.01										
2	0.22	0.58	0.35	0.13	0.03										
2.5	-0.05	0.5	0.45	0.22	0.07	0.02									
3	-0.26	0.34	0.49	0.31	0.13	0.04	0.01								
4	-0.4	-0.07	0.36	0.43	0.28	0.13	0.05	0.02							
5	-0.18	-0.33	0.05	0.36	0.39	0.26	0.13	0.05	0.02						
6	0.15	-0.28	-0.24	0.11	0.36	0.36	0.25	0.13	0.06	0.02					
7	0.3	0	-0.30	-0.17	0.16	0.35	0.34	0.23	0.13	0.06	0.02				
8	0.17	0.23	-0.11	-0.29	-0.10	0.19	0.34	0.32	0.22	0.13	0.06	0.03			
9	-0.09	0.24	0.14	-0.18	-0.27	-0.06	0.2	0.33	0.30	0.21	0.12	0.06	0.03	0.01	
10	-0.25	0.04	0.25	0.06	-0.22	-0.23	-0.01	0.22	0.31	0.29	0.20	0.12	0.06	0.03	0.01

Examen du module Télécommunications Fondamentales (TELF)

**EXERCICE N°1**

Correction exo1

1. Calcul du coefficient de réflexion d'une charge infinie

$$\Gamma_R = \frac{Z_R - Z_c}{Z_R + Z_c} = 1$$

Le rapport d'ondes stationnaires ROS :  $S = \frac{1 + |\Gamma_R|}{1 - |\Gamma_R|} = \infty$

2. Expression de V(x) en fonction de  $V_i, \beta, x$

$$V(x) = V_i * e^{j\beta x} + V_r * e^{-j\beta x} = V_i * e^{j\beta x} (1 + \Gamma_R e^{-2j\beta x}) \quad \text{avec } \gamma = j\beta \text{ et } \Gamma_R = 1$$

$$= V_i * e^{j\beta x} (1 + e^{-2j\beta x})$$

$$I(x) = I_i * e^{j\beta x} + I_r * e^{-j\beta x} = I_i * e^{j\beta x} (1 - \Gamma_R e^{-2j\beta x})$$

Le courant I(x) :  $= \frac{V_i}{Z_c} * e^{j\beta x} (1 - e^{-2j\beta x})$

L'impédance Z(x) s'écrit :  $Z(x) = Z_c \cdot \frac{1 + \Gamma_R \cdot e^{-2j\beta x}}{1 - \Gamma_R \cdot e^{-2j\beta x}} = Z_c \cdot \frac{1 + e^{-2j\beta x}}{1 - e^{-2j\beta x}}$

3. Impédance d'entrée  $Z_e = Z_c \frac{Z_R + jZ_c \operatorname{tg} \beta l}{Z_c + jZ_R \operatorname{tg} \beta l} = Z_c \cdot \frac{1}{j \operatorname{tg} \beta l} = -jZ_c \cdot \frac{1}{\operatorname{tg}(\frac{\lambda}{4})} = -jZ_c$

D'où  $Z_e = -50j$  ,  $Z_e$  est capacitive

4. Puissance absorbée par la charge pour une ligne sans pertes  $\alpha = 0$  et  $\Gamma_R = 1$

$$P_{abs} = 0$$

**EXERCICE N02**

En utilisant un démodulateur synchrone, calculez l'expression  $Y_1(t) = Y(t) * \sin w_0 t$

Correction :

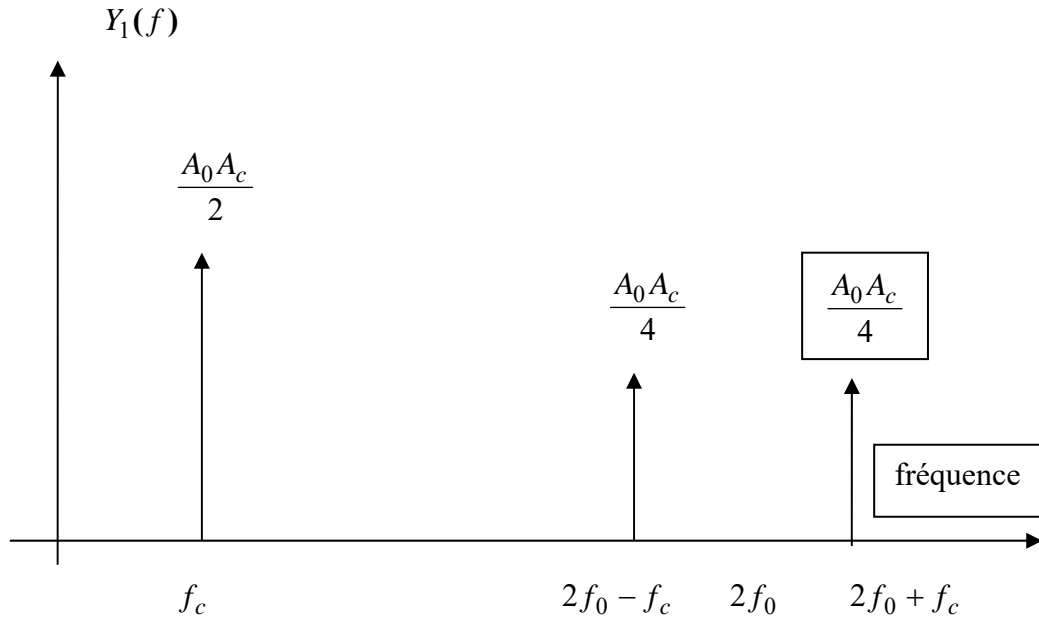
$$Y_1(t) = Y(t) * \sin w_0 t = A_0 \cdot A_c \sin w_0 t \cdot \sin w_c t \cdot \sin w_0 t$$

$$1. = A_0 \cdot A_c \sin w_c t \cdot \sin^2 w_0 t = A_0 \cdot A_c \sin w_c t \cdot (1 - \cos^2 w_0 t)$$

$$= A_0 \cdot A_c \sin w_c t \cdot \left( \frac{1}{2} (1 - \cos 2w_0 t) \right)$$

$$Y_1(t) = \frac{A_0 \cdot A_c}{2} \sin w_c t - \frac{A_0 \cdot A_c}{4} \sin(2w_0 t + w_c) t + \frac{A_0 \cdot A_c}{4} \sin(2w_0 t - w_c) t$$

## 2. Représentation spectrale



3) On utilise un filtre passe bas ayant une fréquence de coupure légèrement supérieure à  $f_c$  et inférieure à  $f_0$  :

$$f_{cBF} < f_c \text{ Filtre} < f_0$$

### EXERCICE N°3 Question

1.

On calcule les tensions :

$$\begin{cases} V_{d \min} = 8.5 - \max|1.5 \cdot \sin(2\pi 156 \cdot 10^3 t)| = 7 \text{ Volt} \\ V_{d \max} = 8.5 + \max|1.5 \cdot \sin(2\pi 156 \cdot 10^3 t)| = 10 \text{ Volt} \end{cases}$$

On calcule les capacités :

$$\begin{cases} C_{d1} = \frac{2 \cdot 10^{-10}}{\sqrt{V_{d \min}}} = \frac{2 \cdot 10^{-10}}{\sqrt{7}} = 6.324 \cdot 10^{-11} = 75.59 \text{ pF} \\ C_{d2} = \frac{2 \cdot 10^{-10}}{\sqrt{V_{d \max}}} = \frac{2 \cdot 10^{-10}}{\sqrt{10}} = 7.559 \cdot 10^{-11} = 63.24 \text{ pF} \end{cases}$$

On calcule les fréquences :

$$\begin{cases} f_1 = \frac{1}{2\pi \sqrt{L \left( \frac{C C_{d1}}{C + C_{d1}} \right)}} = \frac{1}{2\pi \sqrt{7 \cdot 10^{-6} \left( \frac{10^{-9} \cdot 7.559 \cdot 10^{-11}}{10^{-9} + 7.559 \cdot 10^{-11}} \right)}} = 7.175 \cdot 10^6 = 7.175 \text{ MHz} = f_{\min} \\ f_2 = \frac{1}{2\pi \sqrt{L \left( \frac{C C_{d2}}{C + C_{d2}} \right)}} = \frac{1}{2\pi \sqrt{7 \cdot 10^{-6} \left( \frac{10^{-9} \cdot 6.324 \cdot 10^{-11}}{10^{-9} + 6.324 \cdot 10^{-11}} \right)}} = 7.799 \cdot 10^6 = 7.799 \text{ MHz} = f_{\max} \end{cases}$$

### Question 2.

Si  $f_0$  varie linéairement en fonction de  $m(t)$  entre les  $f_{\min}$  et  $f_{\max}$ , donc  $f_0$  s'écrit :

$$f_0(m(t)) = \alpha \cdot m(t) + \beta \quad \text{avec : } \alpha \text{ et } \beta \text{ sont des constantes}$$

Donc :

$$\begin{cases} f_0(1.5) = 7.175 \cdot 10^6 = \alpha(1.5) + \beta \dots \dots \dots (1) \\ f_0(-1.5) = 7.799 \cdot 10^6 = \alpha(-1.5) + \beta \dots \dots \dots (2) \end{cases}$$

$$(2) + (1) \Rightarrow 2\beta = 7.799 \cdot 10^6 + 7.175 \cdot 10^6 \Rightarrow \beta = 7.487 \cdot 10^6$$

$$\text{On remplace } \alpha \text{ dans (1) ou bien dans (2) } \Rightarrow \alpha = 0.208 \cdot 10^6$$

$$\text{Donc on montre que : } f_0(m(t)) = 0.208 \cdot 10^6 \cdot m(t) + 7.487 \cdot 10^6 \quad [Hz]$$

La fréquence instantanée du courant dans le circuit varie linéairement en fonction de  $m(t)$ , donc  $m(t)$  module la fréquence de  $i(t)$ .

### Question 3.

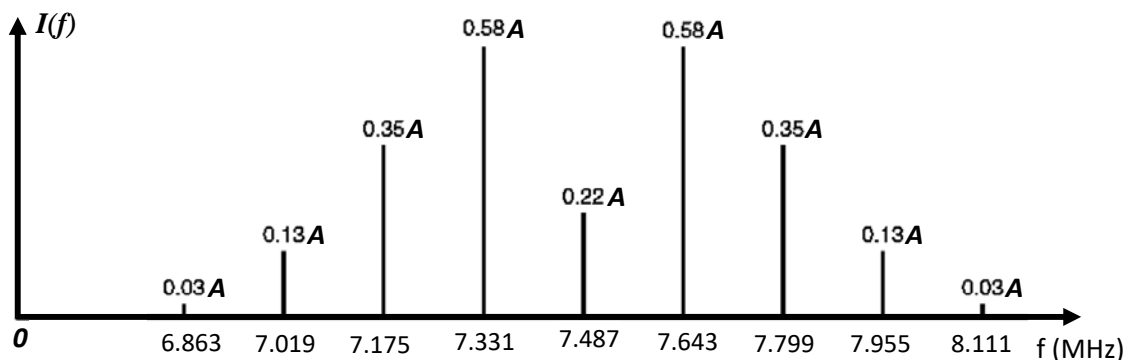
La fréquence porteuse  $f_p = 7.487 \text{ MHz}$ .

### Question 4.

$$\text{La déviation maximale en fréquence : } \Delta f = \frac{f_{\max} - f_{\min}}{2} = \frac{7.799 \cdot 10^6 - 7.175 \cdot 10^6}{2} = 0.312 \cdot 10^6 = 312 \text{ KHz}$$

$$\text{L'indice de modulation : } m = \frac{\Delta f}{f_m} = \frac{312 \cdot 10^3}{156 \cdot 10^3} = 2$$

### Question 5.



$$\text{La bande passante : } BP = 2Nf_m = (2)(4)(156 \cdot 10^3) = 1.24 \text{ MHz}$$

### Question 6.

L'amplitude de la raie centrale est de 0.022 Ampère.

On sait que l'amplitude de la raie centrale =  $A \cdot J_0(2)$

$$\text{Donc : } A \cdot J_0(2) = 0.022 \Rightarrow A = \frac{0.022}{0.22} = 0.1 \text{ Ampère}$$

$$\theta(t) = 2\pi \int f(t) dt = 2\pi \int (7.487 \cdot 10^6 + 0.208 \cdot 10^6 \cdot m(t)) dt$$

$$\theta(t) = 2\pi 7.487 \cdot 10^6 t + -\frac{2\pi \cdot 0.208 \cdot 10^6 \cdot 1.5}{2\pi 156 \cdot 10^3} \cdot \cos(2\pi 156 \cdot 10^3 t)$$

$$\theta(t) = 2\pi 7.487 \cdot 10^6 t - 2 \cdot \cos(2\pi 156 \cdot 10^3 t)$$

$$\text{Finalement : } i(t) = 0.1 \cos(2\pi 7.487 \cdot 10^6 t - 2 \cdot \cos(2\pi 156 \cdot 10^3 t))$$