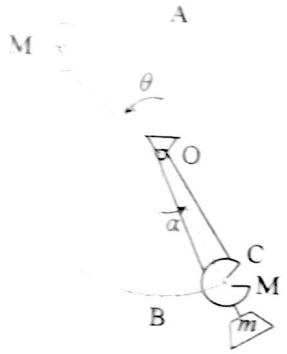
الجمهورية العربية السورية
جامعة دمشق
كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية

الاسم :
المقرر: ميكانيك هندسي – تحريك
السنة : الثانية (عام + تصميم + آليات)

المدة : ساعتان
الفصل: الثاني 2016-2015
التاريخ: 2016/06/22

اقرأ الأسئلة بامعان ووضح إجابتك حيث يلزم برسم متقن مع ذكر الوحدات القياسية لكل من القيم المستعملة والمحصولة.

المسألة الأولى (15 درجة):



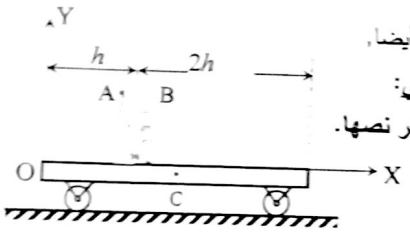
جسيم ثقيل من الفولاذ M كتلته m ، مثبت في نهاية قضيب مهمل الكتلة طوله ($OM = l$)،
يمكنه الدوران دون احتكاك حول المحور الأفقي الثابت المار من O .
يبدأ الجسيم حركته من A أعلى موضع بسرعة ابتدائية متناهية في الصغر (السكون)، المطلوب:

1. **إيجاد علاقة سرعة الجسيم بدلالة الزاوية θ .**
2. **إيجاد علاقة قوة اتصال الجسيم مع القضيب المهمل بدلالة الزاوية θ .**
3. **إيجاد كل من سرعة الجسيم وقوة الاتصال عند الوضع B .**

إذا تم عند الوضع B التحام الجسيم مع كتلة إضافية لها نفس كتلة الجسيم m ،
بحيث أصبح سرعة الجسيم مع الكتلة عند هذا الوضع نصف ما كانت عليه المطلوب:

4. **تعيين الموضع C المحدد بالزاوية α الذي يمكن أن تصله الكتلتان معاً.**

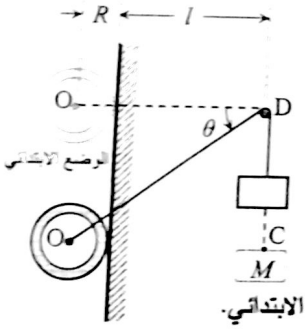
المسألة الثانية (20 درجة):



يقف شخصان A و B وزناهما W_A و W_B على سطح عربة C ساكنة وزنها W_C كما هو مبين في الشكل،
فإذا انتقل الشخص A إلى أقصى الطرف الأيسر للعربة مسافة h بسرعة ثابتة U بالنسبة للعربة،
وانتقل الشخص B إلى أقصى الطرف الأيمن للعربة مسافة $2h$ وبسرعة ثابتة $2U$ بالنسبة للعربة أيضاً،
المطلوب بإهمال مقاومة حركة العربة على الطريق، إيجاد بدلالة جملة المحاور OXY ما يلي:

1. **علاقة انتقال أجزاء الجملة (العربة+الشخصين) بعد تحقيق مبدأ حفظ حركة مركز كتلتها، واذكر نصها.**
2. **علاقة انتقال العربة Δx بدلالة المسافة h ، وناقش احتمال اتجاهها.**
3. **علاقة سرعة العربة V بدلالة السرعة U ، وناقش احتمال اتجاهها.**

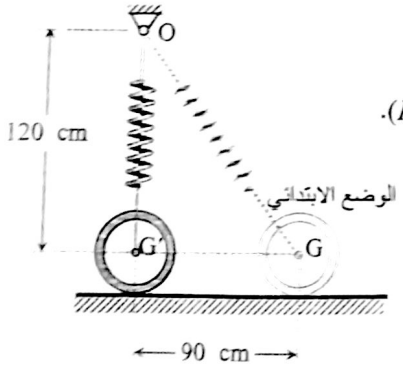
المسألة الثالثة (20 درجة):



قرص كتلته m نصف قطره R ، وعزم عطالته حول مركزه الهندسي O
هو $(I_O = 0.5\, m.R^2)$ ، يستند على حاجز رأسي خشن ثابت.
يربط مركز القرص بحبل خفيف يمر حول وتد D أملس ثابت على بعد l من الحاجز،
ويتدلى من طرفه الآخر كتلة M أكبر من m .
يترك القرص وشأنه من السكون في وضع كان مركزه O على مستوي أفقي واحد مع الوتد D .
المطلوب إيجاد ما يلي:

1. **سرع عناصر الجملة (القرص والكتلة M) عندما يشكل الحبل OD زاوية $(\theta = 30°)$ مع وضعه الابتدائي.**
2. **باعتبار $(l = 4R)$, أوجد أكبر مسافة يقطعها مركز القرص O من وضعه الابتدائي حتى يقف.**

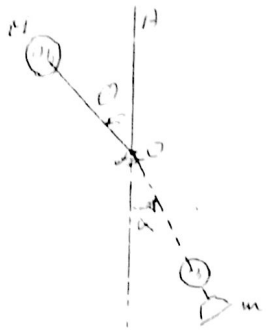
المسألة الرابعة (25 درجة):



دولاب متجانس كتلته $(M = 15\ \text{kg})$ نصف قطره $(R = 22.5\ \text{cm})$،
ونصف قطر عطالته حول مركز كتلته G هو $(\rho_G = 18\ \text{cm})$، وعزم عطالته حوله هو $(I_G = M.\rho^2)$.
يرتبط مركزه G بنابض طوله الحر $(l_0 = 30\ \text{cm})$ وعامل مرونته $(k = 34\ \text{N/m})$.
فإذا كان الدولاب ساكناً في الوضع الابتدائي المعين بالبعد $(GG' = 90\ \text{cm})$
كما هو مبين في الشكل، وتدحرج في المستوي الرأسي بدون انزلاق على السطح الأفقي نحو اليسار،
المطلوب عندما يصل مركز الكتل G الموقع G′ :

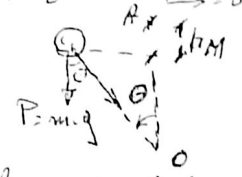
1. **قيمة واتجاه كل من السرعة الزاوية للقرص، والسرعة الخطية لمركز كتلته.**
2. **قيمة واتجاه كل من التسارع الزاوي للقرص، والتسارع الخطي لمركز كتلته, والقوى المؤثرة على الدولاب.**

مدرسو المقرر



١- لإيجاد علاقة سرعة الجسم نطبق علاقة تغير الطاقة الحركية على الجسم في الوضع الابتدائي السكون في A إلى الوضع العام المحدد بالزاوية θ:

$$\frac{1}{2}m v_\theta^2 - \underbrace{\frac{1}{2}m v_A^2}_{=0} = \sum W = \underbrace{W_N}_{=0} + W_P$$



$$\frac{1}{2}\cancel{m}.v_\theta^2 = P.h_M = \cancel{m}.g(l - l\cos\theta)$$

$$\boxed{v_\theta^2 = 2.g.l(1-\cos\theta)}$$ 4

٢- لإيجاد علاقة قوة اتصال الجسم مع القضيب نطبق العلاقة الأساسية للديناميك المطبقة على الجسم:

$$m.\vec{a}_\theta = \sum\vec{F} + \vec{N} = \vec{P} + \vec{N}$$

بإسقاط العلاقة على الناظم:

$$m.a_\theta^n = N + P.\cos\theta$$

$$m.\frac{v_\theta^2}{l} = N + P\cos\theta$$

$$N = 2mg(1-\cos\theta) - P\cos\theta$$

$$\boxed{N = 2m.g - 3m.g\cos\theta}$$ 4

٣- سرعة الجسم عند B ($\theta = 180°$):

$$v_B^2 = 2gl[1-(-1)] = 4.g.l$$ 1,5

قوة الاتصال عند B:

$$N_B = 2mg - 3mg(-1)$$

$$= 2mg + 3mg = 5m.g$$ 1,5

٤- لإيجاد الزاوية التي تصل الكتلتان عندها تطبق علاقة تغير الطاقة الحركية على الكتلتين 2m في الوضع الابتدائي B المحدد بسرعة قدرها $v_B' = \frac{1}{2}v_B$ إلى الوضع النهائي المحدد بالزاوية α:

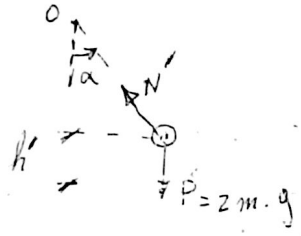
$$\frac{1}{2}(2\cancel{m})v_\alpha^2 - \frac{1}{2}(2m)v_B'^2 = \underbrace{W_N'}_{=0} + W_P'$$

$$-\cancel{m}.\frac{1}{4}v_B^2 = -P'.h'$$

$$\frac{1}{4}\cancel{m}.4.g.l = 2.\cancel{m}.g(l - l\cos\alpha)$$

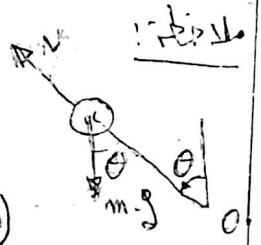
$$1 = 2 - 2\cos\alpha$$

$$\boxed{\cos\alpha = \frac{1}{2}}$$ 4



ملاحظة:

حالة فرض اتجاه N نحو الأعلى



$$\frac{m v_\theta^2}{l} = -N + P\cos\theta$$

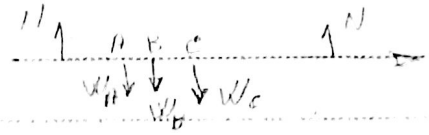
$$N = mg\cos\theta - 2mg(1-\cos\theta)$$

$$N = 3mg\cos\theta - 2mg$$

بالتعويض ← $\theta = 180°$

$$N = -3mg - 2mg = -5mg$$

الإشارة (−) تدل على أن اتجاه N عكس الاتجاه المفروض نحو الأعلى



$$\vec{R}_A = W_A + W_B + W_C + N$$

$$\frac{d}{dt} R_x = 0 \Rightarrow R_x = const$$

$$R_x = R_{0x} = const$$

$$v_x = 0 \Rightarrow x = const$$

بما أن جملة جميع أجزاء الجملة أنفية وحقيقية

أي لكل Δx يكون لدينا:

$$\Delta' q_k = 0 \Rightarrow q_c + q_A + q_B = 0$$

أي تكتب بالشكل:

$$\frac{W_c}{g} v_c + \frac{W_A}{g} v_A + \frac{W_B}{g} v_B = 0$$

$$W_c v_c + W_A v_A + W_B v_B = 0 \quad (1)$$

بالمشتق بالنسبة للزمن

$$W_c \frac{d}{dt} x_c + W_A \frac{d}{dt} x_A + \frac{d}{dt} x_B = 0$$

أو

$$W_c \Delta x_c + W_A \Delta x_A + W_c \Delta x_B = 0 \quad (2)$$

إن المجموع الجبري لتغيرات الإحداثيات

$$\int_{x_{c0}}^{x_c} dy_c = \int \frac{W_A - 2W_B}{W_c + W_A + W_B} dx_B$$

$$x_c - x_{c0} = \Delta x_c = \frac{W_A - 2W_B}{W_c + W_A + W_c}$$

$$v_c' + W_A v_A' + W_B v_B' = 0$$

$$v_A' = v_A^e + v_A^r$$

$$v_A' = v_c^a - v_c \Rightarrow v_c^a = v_c - U$$

$$v_A' = -U$$

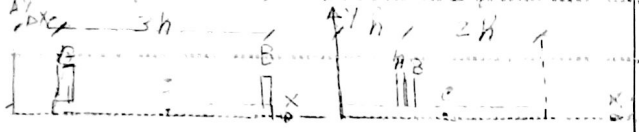
$$v_B' = v_c - U$$

$$v_B^a = v_c + 2U$$

بالتعويض في الـ (2):

$$v_c + W_A(v_c - U) + W_B(v_c + 2U) = 0$$

$$v_c = \frac{W_A - W_B}{W_c + W_A + W_B} U$$



في الحالة الانتقالية الأولى وضع الحالة الانتقالية

$\Delta X_c = X_c - X_{c0}$ مقدار الانتقال الكلي للثقل C

$X_A = \Delta X_c$ بما أن الثقل A هو الانتقالي

$X_{A0} = h$ قبل الانتقال

$X_B = 2h + \Delta X_c$ B هو الانتقالي

$X_{B0} = h$ قبل الانتقال

بالتعويض في العلاقة (3):

$$W_c \Delta X_c + W_A(\Delta X_c - h) + W_B(2h + \Delta X_c - h) = 0$$

$$(W_c + W_A + W_B)\Delta X_c = (W_A - 2W_B)h$$

$$\Delta X_c = \frac{W_A - 2W_B}{W_c + W_A + W_B} h$$

نلاحظ أن هذا الانتقال ΔX_c يتعلق بعلاقة W_A و $2W_B$ حيث تتحرك العربة الدنيا الأولى عن أي نحو اليمين.

أن هذا الانتقال ΔX_c ولكنه سالب عندما $W_A < 2W_B$ تتحرك عندئذ العربة باتجاه المبدأ أي باتجاه اليسار.

كما يمكن إيجاد علاقة سرعة العربة عن استقرار علاقة انتقالها بالزمن حيث نحصل على:

$$\frac{d}{dt} X_c = \frac{W_A - 2W_B}{W_c + W_A + W_B} \frac{d}{dt} h$$

$$v_c = \frac{W_A - 2W_B}{W_c + W_A + W_B} v_A^r = \frac{W_A - 2W_B}{W_c + W_A + W_B} U$$

[illegible]

$\therefore m_1 g y - M_1 g L(y + 2R)^2 = 2M_1$

$M(y^2 + 4R^2) = m_1 y + 2M_1$

$M^2 / + 4M^2 R^2 = m_1^2 y^2 + 25M_1^2 R^2 + 10 m_1 y R$

$(M^2 - m_1^2) y^2 = 10 m_1 M R y$

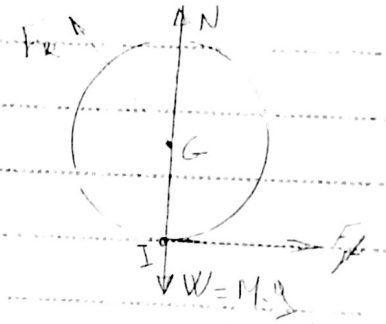
$y[M^2 - m_1^2) y - 10 m_1 M R] = 0$

[illegible] $y = 0$ [illegible] [1]

$y = \frac{10 m_1 M R}{M^2 - m_1^2}$ [2]

[illegible]

$E^G - E_0^G = \Sigma W$



$E = \frac{1}{2} M v_G^2 + \frac{1}{2} I_G \omega^2$

$v_G = I_G \omega = 0,4 \times \omega = 0,4\omega$

$E = \frac{1}{2} \times 15 (0,225\omega)^2 + \frac{1}{2} 0,486 \omega^2$

$= 0,6226875\, \omega^2$

ΣW هنا مجموع أعمال القوى المؤثرة وتساوي الحد:

$\Sigma W = W_{F_k} + W_{F_p} + W_N + W_W$

$W_N = W_{F_p} = W_W = 0$

العمل قوة مرونة النابض تعطى بالعلاقة:

$W_{F_k} = \frac{k}{2} [\Delta l_{fi}^2 - \Delta l_{fin}^2]$

$\Delta l_{fin} = OG - l_0 = 120 - 50 = 70\, cm = 0,7\, m$

$l_{fin} = OG - l_0 = [(OG)^2 + (OG)^2]^{1/2} - l_0$

$= [(0,4)^2 + (0,4)^2]^{1/2} - 0,5 = 1,13 - 0,5 = 0,63\, m$

$\Delta l_{fi} = [(0,4)^2 + (0,4)^2]^{1/2} - 0,5 = 1,13 - 0,5 = 0,63\, m$

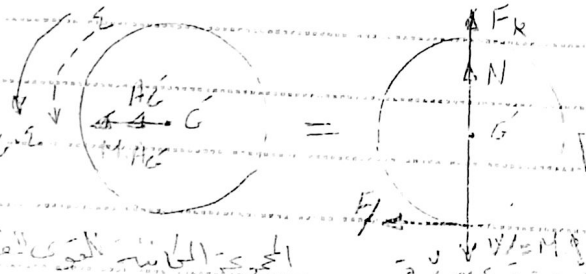
$\Delta l_{fi} = \Delta l_{fin} \Rightarrow \omega = 0$

$\times 2,66 = 0,6\, m/s$

2- إيجاد التسارع الخطي: القوى المؤثرة على الدولاب

نطبق قانون الحركة الانسحابية والدوران للدولاب G:

$M \vec{A}_G = \Sigma \vec{F}_k^e$ و $I_G \vec{\varepsilon} = \vec{M}_G^e$



المجموعة الخارجية القوى الفعالة

$X \leftarrow \quad M.A_G = F_p$ (1)

$Y \uparrow \quad 0 = F_k + N - W$ (2)

$G \circlearrowleft \quad I_G \varepsilon = 0$ (3)

$F_k, F_p, N, A_G, \varepsilon$ نحسب جميعها في الدولاب

من خلال الدولاب التدريبية:

$A_G = \varepsilon . R$ (4)

$F_k = k . \Delta l_{fi}$ (5)