

①

عدد مسائل = 70
محلول = 47
باقى = 13

المراجعة النهائية

فج

الرياضيات

للصف الثالث الثانوى

٢٠١٦

تفاضل وتكامل

نهايات - اتصال - قابلية اشتقاق

إعداد

السيد / السيد

" موجه أول الرياضيات "

①

أولاً: نهاية الدوران المعرفة بالترتيب قاعدة

إذا كانت قاعدة الدالة (s) مختلفة على
محيطه ويشار لمتغير $s = P$ (لا يشترط أن \exists مجال الدالة P)
فإن نهاية $(s) = L$ إذا تحققت ثلاث شروط هي:-

(1) وجود نهاية معينة للدالة أي أن $(P^+) = \text{نهاية } (s) = L, \exists \epsilon$

(2) وجود نهاية معينة للدالة أي أن $(P^-) = \text{نهاية } (s) = L, \exists \epsilon$

(3) تساوي النهايتين أي $L = L = L$

ملحوظة: إذا كانت الدالة (s) معرفة على $[a, b]$ أو $(a, b]$ أو $[a, b)$ أو (a, b)
فإن نهاية $(s) = (P^-)$ في حالة وجودها (تكتفي بجث النهايات اليسرى)
نهاية $(s) = (P^+)$ في حالة وجودها (تكتفي بجث النهايات اليمنى)

ملاحظة: عند إيجاد نهاية الدوران المتكافئة أتم:-

نهاية $s = 1$ نهاية $s = 1$ حيث s مقامه بالتقدير الأولي

نهاية $s = \frac{P}{Q}$ (أيضاً نهاية $s = \frac{P}{Q}$)

ملاحظة: الزاوية المتكافئة $s = \frac{P}{Q}$ يكون:

مقام $s = (a \pm \frac{1}{s})$ ، مقام $s = (a \pm \frac{1}{s})$

مقام $s = (a \pm \frac{1}{s})$ ، مقام $s = (a \pm \frac{1}{s})$

مقام $s = (a \pm \frac{1}{s})$ ، مقام $s = (a \pm \frac{1}{s})$

١٩ بسيط (٥)

$$\left. \begin{array}{l} \text{د (س)} = \frac{\text{حنا س}}{\text{س} - \frac{1}{2}} \\ \text{عند س} = \frac{1}{2} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{س} < \frac{1}{2} \\ \text{س} > \frac{1}{2} \end{array}$$

(ليس لها وجود)

$$\left. \begin{array}{l} \text{د (س)} = \frac{\frac{\text{س}}{\text{ظ}} - \text{س}}{\text{ظ} - \text{س}} \\ \text{عند س} = \frac{1}{\text{ظ}} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{س} < \frac{1}{\text{ظ}} \\ \text{س} > \frac{1}{\text{ظ}} \end{array}$$

(١-)

$$\left. \begin{array}{l} \text{د (س)} = \frac{\text{س} (\text{قنا س} + \text{ظنا س})}{\frac{1}{\text{ظ}} - \text{س}} \\ \text{عند س} = \frac{1}{\text{ظ}} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{س} < \frac{1}{\text{ظ}} \\ \text{س} > \frac{1}{\text{ظ}} \end{array}$$

(ليس لها وجود)

$$\left. \begin{array}{l} \text{د (س)} = \frac{\text{س} - \frac{\text{ظ}}{\text{ظنا س}}}{\frac{\text{ظ}}{\text{ظنا س}} - \text{س}} \\ \text{عند س} = \frac{\text{ظ}}{\text{ظنا س}} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{س} < \frac{\text{ظ}}{\text{ظنا س}} \\ \text{س} > \frac{\text{ظ}}{\text{ظنا س}} \end{array}$$

(ليس لها وجود)

$$\left. \begin{array}{l} \text{د (س)} = \frac{1 + \frac{\text{ظنا س}}{\text{س}}}{1 + \frac{\text{س}}{\text{ظنا س}}} \\ \text{عند س} = 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{س} < 1 \\ \text{س} > 1 \end{array}$$

(ليس لها وجود)

$$\left. \begin{array}{l} \text{د (س)} = \frac{\text{س} + \frac{\text{ظ}}{\text{ظنا س}}}{1 + \text{س}} \\ \text{عند س} = 1 - \frac{1}{\text{ظنا س}} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{س} < 1 - \frac{1}{\text{ظنا س}} \\ \text{س} > 1 - \frac{1}{\text{ظنا س}} \end{array}$$

(ليس لها وجود)

١٩ بسيط (٤)

راجع فقرة (١٩) السابقة

نبحث وجود نهاية دالة
انبحث وجود نهاية الدوال المتغيرة عند النقطة الميمنة

$$\left. \begin{array}{l} \text{د (س)} = \frac{\text{س}^2 - \text{س} + \text{ظنا س}}{\text{ظنا س}} \\ \text{عند س} = \frac{1}{\text{ظ}} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{س} > \frac{1}{\text{ظ}} \\ \text{س} < \frac{1}{\text{ظ}} \end{array}$$

(ليس لها وجود)

$$\left. \begin{array}{l} \text{د (س)} = \frac{1 - \text{س} + \text{ظنا س}}{\text{ظنا س}} \\ \text{عند س} = \frac{1}{\text{ظ}} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{س} > \frac{1}{\text{ظ}} \\ \text{س} < \frac{1}{\text{ظ}} \end{array}$$

(١-)

$$\left. \begin{array}{l} \text{د (س)} = \frac{\frac{\text{ظ}}{\text{ظنا س}} - \text{س}}{\frac{\text{ظ}}{\text{ظنا س}} + 1} \\ \text{عند س} = \frac{\text{ظ}}{\text{ظنا س} + 1} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{س} > \frac{\text{ظ}}{\text{ظنا س} + 1} \\ \text{س} < \frac{\text{ظ}}{\text{ظنا س} + 1} \end{array}$$

(ليس لها وجود)

$$\left. \begin{array}{l} \text{د (س)} = \frac{\text{س} + \frac{\text{ظنا س}}{\text{ظ}}}{\text{ظنا س} - \text{س}} \\ \text{عند س} = \frac{\text{ظ}}{\text{ظنا س} - 1} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{س} > \frac{\text{ظ}}{\text{ظنا س} - 1} \\ \text{س} < \frac{\text{ظ}}{\text{ظنا س} - 1} \end{array}$$

(٢-)

۹
اجمع نزاعاً لادباً

اذا كانت $(s) = \frac{\text{حاصل ضرب}}{s^c}$ ، $s > 0$

$$\cdot \rightarrow 6 \quad \left(\frac{1}{\epsilon} \ln - p \right) \neq$$
$$\left(\frac{y}{z}\right)$$

۴۔ اوجہ الحاصلہ P کو، نکتہ اللہ Q سے متعلقہ نقطہ R سے

(145)

$\left. \begin{array}{l} \text{حکایت} + P \\ \frac{\text{ظاہر}}{\text{مخفی}} \end{array} \right\} = (\text{مخفی})$

$$\left. \begin{aligned} \rightarrow & \rightarrow c \quad \frac{1 - \sqrt{(\epsilon-1)\epsilon}}{\epsilon-1} \\ \rightarrow & \rightarrow c \quad \frac{1}{\epsilon} - \rho \end{aligned} \right\} = (\epsilon-1) \quad \checkmark$$

اوصد قیتر ۲ کی یکون لک لک نہایت عفتا سے ← = P)

$$\left. \begin{array}{l} 1 < u < c \quad 0 + u - v \\ 1 > u > c \quad \frac{0 - uv + up}{1 - u} \end{array} \right\} = (uv) \quad \checkmark$$

اوصیٰ چاہیے کہ باب کی تکیوہ للہائے مضافہ عنہا ہو۔ (۲۶۳)

①

واجب

$\frac{0.2 \times 10^{-3} \text{ m} - 0.2 \times 10^{-3} \text{ m}}{0.2 \times 10^{-3} \text{ m}} = (0.2 \times 10^{-3} \text{ m})$

 $(k-)$

کف سی =

$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix}$
 $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}$

$\frac{1}{s} \left\{ \frac{2s}{s^2 + 1} + \frac{2}{s^2 + 1} \right\} = (s-1)$ اذا كانت $s = 1$

۱- اگر $\frac{50}{100} = \frac{50 + 50}{50 + 50}$ باشد، پس $\frac{50}{100} = 1$ (اگرچه)
 ۲- اگر $\frac{50}{100} = \frac{50 - 50}{50 - 50}$ باشد، پس $\frac{50}{100} = 0$ (اگرچه)

~~۵۶~~ $\left\{ \begin{aligned} & \text{اذا كانت } (s) = 1 \\ & \frac{1 - \cos s}{\cos s} \end{aligned} \right\} = \dots$
 $\left\{ \begin{aligned} & \text{ق} (1 - \cos s) = 1 \\ & \dots \end{aligned} \right\}$
 احب وجود هذا (s) عند s \leftarrow (الانقضاء)

(١٢)

إذا كانت

$$\left\{ \begin{array}{l} (د) = (س) \\ 0 < س < ١ \\ ٠ < س < ١ \end{array} \right.$$

قابلية للاستقلال مرتبة عند س = ١. اوجد (س)

$$(س = ١, ٢, ٣, ٤, ٥, ٦, ٧, ٨, ٩, ١٠, ١١, ١٢)$$

إذا كانت

$$\left\{ \begin{array}{l} (د) = (س) \\ س \neq ١ \\ س \neq ٢ \end{array} \right.$$

متصلة عند

$$\left\{ \begin{array}{l} س = ١ \\ س = ٢ \end{array} \right.$$

$$\left(\frac{1}{2} \right)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (د) = (س) \\ س \neq ١ \\ س \neq ٢ \end{array} \right.$$

$$(١)$$

متصلة عند س = ١. اوجد ل

$$\frac{١ + س}{٩ + س + س} = (د) = (س)$$

$$[٣] - [٦]$$

متصلة على ح

$$\left\{ \begin{array}{l} (د) = (س) \\ س \neq ١ \\ س \neq ٢ \end{array} \right.$$

$$(١)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (د) = (س) \\ س \neq ١ \\ س \neq ٢ \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (د) = (س) \\ س \neq ١ \\ س \neq ٢ \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (د) = (س) \\ س \neq ١ \\ س \neq ٢ \end{array} \right.$$

(١٣)

$$\left\{ \begin{array}{l} (د) = (س) \\ س \neq ١ \\ س \neq ٢ \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (د) = (س) \\ س \neq ١ \\ س \neq ٢ \end{array} \right.$$

$$(س = ١)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (د) = (س) \\ س \neq ١ \\ س \neq ٢ \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (د) = (س) \\ س \neq ١ \\ س \neq ٢ \end{array} \right.$$

(غير قابلة)

$$\left\{ \begin{array}{l} (د) = (س) \\ س \neq ١ \\ س \neq ٢ \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (د) = (س) \\ س \neq ١ \\ س \neq ٢ \end{array} \right.$$

متصلة عند

$$\left\{ \begin{array}{l} (د) = (س) \\ س \neq ١ \\ س \neq ٢ \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (د) = (س) \\ س \neq ١ \\ س \neq ٢ \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (د) = (س) \\ س \neq ١ \\ س \neq ٢ \end{array} \right.$$

$$(س = ١, ٢, ٣, ٤, ٥, ٦, ٧, ٨, ٩, ١٠, ١١, ١٢)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (د) = (س) \\ س \neq ١ \\ س \neq ٢ \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (د) = (س) \\ س \neq ١ \\ س \neq ٢ \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (د) = (س) \\ س \neq ١ \\ س \neq ٢ \end{array} \right.$$

غير قابلة

(١٤)

واجب ١٨: اوجد P بحيث يجعل P الدالة

$$\left. \begin{aligned} &P + 1 = 0 \\ &P + 1 = 0 \end{aligned} \right\} \text{دالة}$$

قابلة للاشتقاق عند $x=0$

(١٠-١٢)

٩: اوجد افعال الدالة $P(x) = x^2 + 1$ و $P(x) = x^2 + 1$ و $P(x) = x^2 + 1$

على الفترة $[0, 1]$

مطلوب على $[0, 1]$

٩: اوجد قابلية اشتقاق الدالة

دالة $P(x) = (x-1)^2$ عند $x=0$

عند $x=0$

١٠: اذا كانت دالة $P(x) = x^2 + 1$ و $P(x) = x^2 + 1$

مطلوب عند $x=0$ اوجد P و اوجد قابلية اشتقاق الدالة عند $x=0$

١١: دالة $P(x) = x^2 + 1$ و $P(x) = x^2 + 1$

مطلوب عند $x=0$ اوجد P و اوجد قابلية اشتقاق الدالة عند $x=0$

١٢: اوجد P و اوجد قابلية اشتقاق الدالة عند $x=0$

(١٥)

واجب ١٩: اذا كانت الدالة $P(x) = x^2 + 1$

دالة $P(x) = x^2 + 1$ و $P(x) = x^2 + 1$

قابلة للاشتقاق عند $x=0$ اوجد P و اوجد P

[١٠-١٢]

١٠: الدالة $P(x) = x^2 + 1$ و $P(x) = x^2 + 1$

قابلة للاشتقاق عند $x=0$ اوجد P و اوجد P

[١٠-١٢]

اوجد قابلية اشتقاق الدالة

دالة $P(x) = x^2 + 1$ و $P(x) = x^2 + 1$

عند $x=0$ اوجد P و اوجد P

(غير قابلة)

اوجد P و اوجد قابلية اشتقاق الدالة

دالة $P(x) = x^2 + 1$ و $P(x) = x^2 + 1$

عند $x=0$ اوجد P و اوجد P

(١٠-١٢)

١١: دالة $P(x) = x^2 + 1$ و $P(x) = x^2 + 1$

مطلوب عند $x=0$ اوجد P و اوجد قابلية اشتقاق الدالة عند $x=0$

(١٠-١٢)

17

٥٨) اشرح كيف يمكن أن تؤثر التغيرات في المناخ على التنوع البيولوجي.

$$c \rightarrow u + \bar{b} \rightarrow \Delta + \bar{u} + c \quad \bar{c} = (u + \bar{u}) \quad \checkmark$$

सकल वस्तु

فما لي بالارثه فقال في عهده $c = 1$ $d = 0$ $e = 1$

$$(s = a, t = c, u = p)$$

٢٠ إذا كانت (u) = $\{u_1 + u_2\}$ و $u > 1$

15076 (24+072)

مفصله عند $s = 1$ و $d(1) = 11$ اوصلی کا نتیجہ $(2, 6)$ ہم اچھے

فما بيننا وبينهم حائل إلا الله عز وجل = ١

قابلیت ابرمقامه الاله عند س = ۱

(۶ = ۲۷ = ۵) (غير قابلت)

۱. ملاقات

$$C = A \therefore C = A + X \therefore C = (.) \therefore (CA)$$

$$c \rightarrow u, s \leftarrow \bar{u}, \bar{s} \leftarrow c = (us) : \therefore$$

एकूण ६ चित्रे)

۱۰۰ (۱۰۰) فصلنامه علمی - پژوهشی

$$\bar{c}(c) = +c(c) \therefore$$

① $7 = 4 + 3 \therefore 7 = 2 - 1 = 4 + 3 \therefore$

$$c \rightarrow u \rightarrow 6 \quad u \rightarrow \bar{c} = (u)5$$

C 1546 P

(c) $n = p \therefore {}^+r(c)S = {}^-r(c)S$

دسته ۱) $7 = 4 + 1$ $\therefore 10 = 5$

٢

عدالة ١٧٦
مطلوب = ٩٧
باقى = ٩٥

المراجعة النهائية

فج

الرياضيات

للمصف الثالث الثانوى

٢٠١٦

تفاضل وتكامل

المشتقات العليا - قواعد التكامل

اعداد

الشيخ / الشيخ

" موجه أول الرياضيات "

ملاحظہ) عند تکامل ابدال التثنية در ستم مقتصره فقط
 على تكامل [حائز رس] [حنائز رس] [قائز رس]
 واديجاد تكامل أي دوال ثلثية أخرى يجب تحويله إلى إحدى
 اصدار التثنية السابقة.

فلو یجاد [حاً ایں رس] [حناً ایں رس] [ظاً ایں رس]
 وئذ کمر ادراک لقواسمہ ایں ستر:
 ① حاً ایں رس = حاً ایں رس صفا ایں

$$\begin{aligned} (v_1 + v_2)(v_1 - v_2) &= v_1^2 - v_2^2 = v_1^2 - c^2 \\ c^2 - v_1^2 &= \\ c^2 - v_1^2 &= \end{aligned}$$

$$u = u_{\text{ظ}} + 1 \quad (2)$$

اؤن لايچاد $\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right] = 0$ حقا، ۵۵

$$\underline{C + 6 \times 6 \frac{1}{3} - 6 \frac{1}{3} =}$$

! زاحات و در قابله لایعاق کلام ۲۹۷
بصفت ۱-۲۵ ۱- استهانت ۶- و ثابت

$$f(x) - g(x) = e_1 - e_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

1

قواعد الحروف

[illegible]

33. المستقات العليا للدار ع

واجب $\frac{1}{2}$ حصه للوالدين

$$0 = \psi_1 + \psi_2 + \psi_3 \quad (1)$$

~~$$\frac{0.7}{10} \times 100 + 0.7 \times 100 = 77\%$$~~

$$q - \epsilon \rightarrow \gamma + s \text{ حاضری } \gamma + s \text{ حاضری } = 0$$

$$\frac{u}{u-1} = \infty \quad \textcircled{4}$$

$$\frac{v_1}{c} = \frac{v_2}{c} - \frac{v_2^2}{c^2}$$

۴) اذا كانت $D(M) = M$ حتماً M اوجب \mathbb{Z}_p (ط) (ط)

(N) إذا كان $v = \frac{c}{\lambda}$ و $\lambda = \frac{c}{v}$ إذن $\frac{E}{h} = \frac{c}{\lambda}$

اذا كانت $v = \frac{v_{\text{موج}}}{\lambda}$ \Rightarrow $\lambda = \frac{v_{\text{موج}}}{v}$

إذا كانت $v =$ حاس حواس $\frac{v_{\text{حاس حواس}}}{v_{\text{حاس حواس}}} = 17$

7) اذا كانت $\infty = 2$ من ∞ الى ∞ :
 $\infty = 9 + \infty + 18 = \infty$

(✓) إذا كانت $c = \infty$ \Rightarrow $u \rightarrow \infty$ \Rightarrow $u \rightarrow \infty$
 إذا كانت $c = \infty + \infty$ \Rightarrow $u \rightarrow \infty$

٥) اذا كانت ص = ح - ح - ح اتي انه $\frac{r_1}{r_2} + \frac{r_2}{r_1} =$

$\therefore \angle \text{صا (زاویه)} = 55^\circ = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \text{ حنا (صغیر زاویه)}$

أَيْضًا $\{ \text{حَاضِر} \} = \text{حَاضِر} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) \}$

$$\Delta^r + \text{circle } \frac{1}{2} + \text{circle } \frac{1}{2} =$$

$$\therefore \gamma \text{ حثاً (زاویہ) } r_{rs} = \left[\frac{1}{c} + \frac{1}{c} \right] \text{ حثاً (صفحتہ زاویہ) } r_{rs}$$

ايضاً $\eta_{\text{ظا}} = \eta_{\text{فا}} (1 - \eta_{\text{س}})$

$$\psi + \psi - \psi^2 = 11$$

$$\therefore \lambda \text{ ظل (زاوية) } r \cos = (\cos (زاوية) - 1) \text{ مـ}$$

[8]

(ثانيًا) نحارن لطلب ربط علاقتهم برابط الحقيقة
الاول بالتانيه. ونحصل على
الدالة المعطاة فرعيه متساوية بالنسبة
الى المتغيرين.

1) اذا كانت $1 = 2 + 3 = 4$ اتيته الى:
 $1 = 2 + 3 + 4 = 9$

2) اذا كانت $2 = 1 + 3 = 4$ اتيته الى:
 $2 = 1 + 3 + 4 = 8$

3) اذا كانت $3 = 1 + 2 = 4$ فاتيته الى:
 $3 = 1 + 2 + 4 = 7$

4) اذا كانت $4 = 1 + 3 = 2$ فاتيته الى:
 $4 = 1 + 3 + 2 = 6$

5) اذا كان $5 = 2 + 3 = 1$ فاتيته الى:
 $5 = 2 + 3 + 1 = 6$

6) اذا كانت $1 = 2 + 3 = 4$ اتيته الى:
 $1 = 2 + 3 + 4 = 9$

7) اذا كان $0 = 2 + 3 = 5$ اتيته الى:
 $0 = 2 + 3 + 5 = 10$

[7]

اذا كانت د ا س د ا لية قابلية للاشتقاق لكل س د ع بحيث
 $5(س) = 3(س) + 2(س) = 5(س)$
اتيته الى $5 - 2 = 3$ ثابت

58) اذا كانت $5(س) + 3(س) = 2(س) - 4(س) + 7$
ارحب د(س) علانيه باله $0 = 10$
 $[د(س) = 7 - 4(س) + 2(س) + 5(س)]$

9) نرين ان $س = 1$ هو الحل

اذا كان $س = 1$ حاصل اتيته الى:

$$\frac{س}{س} = \frac{س}{س(1-1)}$$

✓

10) $\frac{100}{100} \times 100 = 100$ اذا كانت ص $100 = 100 - 100 = 0$ احيتم اتم:

16) $\frac{1}{n} \dots$ اذا كانت $\frac{1}{n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots$ اُصَحَّتْ أَمْ لَا:

14) $\frac{1}{x^2} = x^{-2}$ از (کانونه) $x^{-2} = x^{-2} = x^{-2} = x^{-2}$

18) 9.9 اذ كان $c = s + s + s = 3s$ استقر:

$$= \frac{c}{3s} + \frac{c}{3s} + \frac{c}{3s} = 1$$

14) إذا كان $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$ ، أثبت أن:

$$= \varepsilon_1 + (\varepsilon_2) + \varepsilon_3$$

5. إذا كان حاصل + حواء = استأنت أم:

٥١) اذ كان $\alpha = 0$ \Rightarrow $\frac{1}{\alpha} \ln \alpha = 0$ \Rightarrow $\frac{1}{\alpha} \ln \alpha = 0$ \Rightarrow $\frac{1}{\alpha} \ln \alpha = 0$

ذالک ان صا، ص + حاء ص = اس کے اسم
ص حاء ص - ص (ص) حاء ص - ن حاء ص =

[illegible]

(1) $\frac{dx}{dt} = x^2 + y^2 + z^2 + 1$: اشیء 1 : $(1 + x^2 + y^2 + z^2)$: 3 + $x^2 + y^2 + z^2$ = 4
 (2) $\frac{dx}{dt} = x^2 + y^2 + z^2 + 1$: اشیء 1 : $(1 + x^2 + y^2 + z^2)$: 3 + $x^2 + y^2 + z^2$ = 4

كان صا $\frac{6}{50+1} = 1$ اشياء ما : $\frac{6}{50}(50+1) + \frac{6}{50} - 3 = 40 + \frac{6}{50} - 3 + \frac{6}{50}$

१

4) إذا كانت $P \rightarrow Q$ و $Q \rightarrow R$ أثبت أن $P \rightarrow R$

④ پایه اذا كانت ص $= P - \frac{1}{2}B + \frac{1}{2} = P - \frac{1}{2}B + \frac{1}{2}$ حيث P ثابتة
اشبهت له ص $= \frac{1}{2}P + \frac{1}{2}(\frac{P}{2}) + \frac{1}{2}$ ✓

[illegible]

$\frac{11}{99}$ اذ $\frac{1}{99} = \frac{1}{9 \times 11}$ $\frac{1}{99} = \frac{1}{9} - \frac{1}{11}$ $\frac{1}{99} = \frac{1}{9} - \frac{1}{11}$ $\frac{1}{99} = \frac{1}{9} - \frac{1}{11}$

مثال ٤: إذا كان $u = u_1 + u_2 + u_3$ أثبت أن:

$$u = u_1 + u_2 + u_3$$

$\frac{1}{2} \rightarrow \text{اذلاكل}$ $\frac{1}{2} \rightarrow \text{ص} \rightarrow \text{ص} = \text{ص} + \text{ص} = \text{ص}$ $\frac{1}{2} \rightarrow \text{ص} = \text{ص} + \text{ص} = \text{ص}$

~~(۱۴) مثلاً اذالكه ص = ۱ - \frac{1}{\omega}~~

11

ثالثاً استقامة دالة الدالة

1) إذا كانت ص = (1 + x)(1 - x) = 1 - x² ، ع = 1 - x² + 1 = 2 - x²

أثبت أنه: (1 + x)(1 - x) = 1 - x² ، ع = 1 - x² + 1 = 2 - x²

2) إذا كانت ص = 1 - x² ، ع = 1 - x² + 1 = 2 - x²

أوجد $\frac{dV}{dx}$ عند x = 1 (12)

3) إذا كانت ع = 1 + x² ، $\frac{dE}{dx} = 2x$ ، ع = 1 - x²

أوجد $\frac{dV}{dx}$ عند x = 1 (36)

4) إذا كانت $\frac{dE}{dx} = \frac{1}{x}$ ، ع = 1 + x² ، ع = 1 - x²

أوجد $\frac{dV}{dx}$ عند x = 1 ($\frac{1}{2}$)

5) إذا كانت ص = 1 + x² ، ع = 1 - x² ، ع = 1 - x²

أوجد $\frac{dV}{dx}$ عند x = 1 ($\frac{1}{\sqrt{2}}$)

6) إذا كانت ص = 1 - x² ، ع = 1 - x² ، ع = 1 - x²

أوجد $\frac{dV}{dx}$ عند x = 1 ($\frac{2}{1}$)

7) إذا كانت $\frac{dE}{dx} = \frac{1}{x}$ ، ع = 1 - x² ، ع = 1 - x²

أوجد $\frac{dV}{dx}$ ($\frac{1}{(1-x^2)}$)

12

1) إذا كانت ص = 1 + x² ، ع = 1 - x² ، ع = 1 - x²

أوجد $\frac{dV}{dx}$ عند x = 1 (18)

2) إذا كانت ع = 1 + x² ، ع = 1 - x² ، ع = 1 - x²

أوجد $\frac{dV}{dx}$ عند x = 1 (26)

3) إذا كانت ص = (1 + x)(1 - x) = 1 - x² ، ع = 1 - x² + 1 = 2 - x²

أثبت أنه: (1 + x)(1 - x) = 1 - x² ، ع = 1 - x² + 1 = 2 - x²

أوجد $\frac{dV}{dx}$ عند x = 1 (9)

4) إذا كانت ص = 1 + x² ، ع = 1 - x² ، ع = 1 - x²

أوجد $\frac{dV}{dx}$ عند x = 1 ($\frac{9}{16}$)

5) إذا كانت ص = 1 - x² ، ع = 1 - x² ، ع = 1 - x²

أثبت أنه ص = 1 - x² ، ع = 1 - x² ، ع = 1 - x²

6) إذا كانت ص = 1 + x² ، ع = 1 - x² ، ع = 1 - x²

أوجد $\frac{dV}{dx}$ ($\frac{1}{\sqrt{2}}$)

$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ٢١	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ٢٢	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ٢٣	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ٢٤	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ٢٥	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ٢٦	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ٢٧	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ٢٨	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ٢٩	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ٣٠
$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ٣١	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ٣٢	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ٣٣	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ٣٤	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ٣٥	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ٣٦	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ٣٧	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ٣٨	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ٣٩	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ٤٠
$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ٤١	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ٤٢	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ٤٣	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ٤٤	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ٤٥	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ٤٦	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ٤٧	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ٤٨	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ٤٩	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ٥٠

اجمع الجوابات

$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ١	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ٢	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ٣	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ٤	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ٥	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ٦	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ٧	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ٨	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ٩	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ١٠
$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ١١	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ١٢	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ١٣	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ١٤	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ١٥	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ١٦	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ١٧	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ١٨	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ١٩	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ٢٠
$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ٢١	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ٢٢	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ٢٣	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ٢٤	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ٢٥	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ٢٦	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ٢٧	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ٢٨	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ٢٩	$\frac{1}{1-\sqrt{c}} \sqrt{1-c}$ ٣٠

اجمع الجوابات في مذكرة الإرشادات

- ۴۲ $\{ c \sqrt{c^2 + 2} \}$ ریس
- ۴۳ $\{ c \sqrt{c^2 + 1} \}$ ریس
- ۴۵ $\{ \frac{c^2 - 2}{c - 1} \}$ ریس
- ۴۶ $\{ \frac{c^2 + c - 2}{(1 - c)^2} \}$ ریس
- ۴۷ $\{ \frac{1 - c}{2(1 + c)^2} \}$ ریس
- ۴۸ $\{ \frac{(1 - \frac{c}{2})^2}{\sqrt{c}} \}$ ریس
- ۴۹ $\{ \frac{2}{c^2} - \frac{c}{c^2} \sqrt{\frac{c}{c^2}} \}$ ریس
- ۵۰ $\{ (1 - c + c^2) \}$ ریس
- ۵۱ $\{ \sqrt{1 + c} \}$ ریس
- ۵۲ $\{ \frac{1}{\sqrt{c^2 + 1}} \}$ ریس
- ۵۳ $\{ \frac{1}{c} + \frac{1}{c^2} \}$ ریس
- ۵۴ $\{ (1 - c)(1 + c) \}$ ریس
- ۵۵ $\{ \frac{c^2 + c - 2}{c(1 - c)} \}$ ریس
- ۵۶ $\{ \frac{(c^2 + c - 2)(c^2 + c - 2)}{c - 1} \}$ ریس

عمر ولد

۵۷ $\{ \frac{1 - c}{2(1 + c)} \}$ ریس

تجاربہ نگارین مکمل کردار لکھیں
اور جب مکمل کر سہ کردار لکھیں:

- ۱ $\{ \frac{c^2 + 2}{c} \}$ ریس
- ۲ $\{ \frac{c^2 + 1}{c} \}$ ریس
- ۳ $\{ \frac{c^2 + c - 2}{c} \}$ ریس
- ۴ $\{ \frac{c^2 + c - 2}{(1 - c)^2} \}$ ریس
- ۵ $\{ (1 - c) \}$ ریس
- ۶ $\{ \frac{2}{(1 - c)^2} \}$ ریس
- ۷ $\{ \frac{c^2 + c - 2}{1 - c} \}$ ریس
- ۸ $\{ (1 + \frac{c}{2}) \}$ ریس
- ۹ $\{ \frac{2}{c^2} - \frac{c}{c^2} \}$ ریس
- ۱۰ $\{ (1 - c + c^2) \}$ ریس
- ۱۱ $\{ \sqrt{1 + c} \}$ ریس

ایجنٹ لکھیں

111

1 June 19

$$C + (1 + \frac{C}{r})b \quad \text{or} \quad (1 + \frac{C}{r})C \quad (c)$$

(۵۰) $\left\{ \frac{1}{x} \ln x - \ln x - x \right\}$

$$\sqrt{ms \left(\frac{1}{\epsilon} + \frac{1}{\epsilon} \cos \theta + \frac{1}{\epsilon} \sin \theta + \frac{1}{\epsilon} \cos \theta \right)} \quad (6)$$

$$C_7 \rightarrow C - \text{ureb} \quad \text{or } (\text{ureb}_c + \text{uref}) \times \textcircled{\text{CV}}$$

$$\hat{C} + \frac{1}{2} \hat{C}^2 + \dots \quad \text{or} \quad \frac{\hat{C}^2}{\hat{C}^2 + 1} \quad \text{CN}$$

$$u^2 \{ 1 + u^2 v^2 \} \quad (9)$$

[illegible]

(٤.ب) ١٦٢ ح^٥/_٧ ح^٥/_٧ س.س

$$C + \cos b \frac{y}{c} \quad \text{or} \quad \frac{y}{\cos b - 1} \quad (cc)$$

$$a + b - ab^2c \quad \text{or } \frac{a^2b+1}{a^2b-1} \quad (25)$$

$$u_1 \cdot \frac{1}{x} - u_1' \cdot c - u_1' \cdot \frac{x}{c} \quad u_1' (u_1 \cdot b + 1) \cdot \text{---} (28)$$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$

(۲۶) $\left[\text{صَبَاس} - \text{حَا ع} \right] \text{و ر}$ $\frac{1}{2} \text{حَا ع} + \frac{1}{4} \text{حَا ع} + \frac{1}{4} \text{و ر}$

$$\textcircled{v} \text{ (قأس + طع) مس } \quad \text{طأ + مس - طع} \frac{1}{\text{ع}} + \text{طأ}$$

12

الاجابة

$$C + \frac{1}{2}K - C =$$

$$C_1 + \frac{C_2}{2} \sqrt{c} -$$

$$C_1 + \sqrt{K}P + \sqrt{K}$$

$$u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z} = \frac{1}{\rho}$$

$$(v_1 + b) \dot{b} + (v_2 + b) \dot{b}$$

$$\triangle + \sigma K_0 + r$$

$$f(b) = \frac{1}{2} \log \frac{1}{b} = -\frac{1}{2} \log b$$

$$C + \text{oxalate} \rightarrow$$

$$C + (v + \sqrt{r}) \leq \frac{1}{r}$$

ع ١ ظا ص - ص - ع

$$\hat{C} + \text{ur yb}$$

$$\hat{U} + \sigma \hat{X} + \sigma \hat{C} \hat{D} \hat{C} \hat{U}$$

(۱۳) ۱- صبا ۲۰۰۰

(۱۴) $\sqrt{17}$ - حتماس رہی

16. $\frac{x^2 + 1}{x + 1}$ ۲

$$575^c (576 + 575) \quad (15)$$

$$u \in (u+c)^{\circ} \cap (u+d)^{\circ} \quad (7)$$

$$\text{مس } \left(\frac{57}{2} \text{ حـ} - \frac{57}{2} \text{ صـ} \right) \text{ ⑮}$$

$$\sigma_s \left(\rho_{10} + \frac{\sigma}{\gamma} \omega - \frac{\sigma}{\gamma} \bar{\omega} \right) \quad (18)$$

19. $\{x \in \mathbb{R} : x^2 - 2x + 1 = 0\}$

$$u, s (v + u r)^2 \text{ 2 6}$$

ସଂସ୍କୃତ ଶାସ୍ତ୍ର

$$G_T \left(\frac{\sigma_T^2}{\epsilon} \bar{c} - \frac{\sigma_T^2}{\epsilon} \bar{c}_0 \right) \} \quad (5)$$

(۴۷) $\frac{1}{2} \varepsilon (\psi_1^2 + \psi_2^2) + \psi_1 \psi_2 \sqrt{\frac{1}{2} \varepsilon}$

19

ظاہر و باطن

حاجی - حکیم + ح

$$\hat{U} + \text{over } \frac{1}{2} + \dots$$

$$C + \left(\frac{\sigma_T}{\epsilon} \ln C + \frac{\sigma_T}{\epsilon} \ln C \right)^+$$

$$\psi + \psi \bar{\psi} c + \psi \bar{\psi} \lambda$$

$$409 + 016 \frac{1}{2} + 005 \frac{1}{2}$$

$$c + \frac{\omega}{2} b^2 \varepsilon - \omega c$$

$$\frac{1}{12} - \frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{2}{12} - \frac{2}{12} + \frac{3}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

$$\vec{c} + \frac{5}{3}b\sqrt{r}$$

$$3 + 0.7 + 0.6 + 0.1$$

$$C + \sigma \rightarrow b \frac{1}{c} - a.$$

$$\hat{U}_+ \psi = \psi \left(\frac{1}{c} + (1 + \frac{u}{c}) \frac{1}{b} \right)$$

$$\text{س قاً } \frac{1}{4} - \frac{1}{6} \text{ خاء س } \text{ع}$$

س۔ لے جاتا ہے + ت

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$\cos \frac{1}{2} + \cos \frac{1}{2}$$

$$\text{or } \frac{1 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} \quad (28)$$

or, $\frac{u + v}{u - v} = 29$

$$\sigma_s (\sigma_{\text{top}} - \sigma_{\text{bot}}) \quad (2)$$

615 $\overline{016-112}$ (13)

(۴۵) قاس (قاس - قاس) قاس

$$ms(9 + ms\omega^2 + \frac{r}{\omega^2}) \quad (24)$$

(۴۴) $\left(\frac{y}{x} - 1 \right)^{\frac{x}{2}}$ میں

۵۴۵ ۵۴۶ ۵۴۷ ۵۴۸ ۵۴۹ (۴۵)

or $\overline{V_L} + 1V \quad (2)$

$$u_{rs} (u_{rk} c_k + u_{rl} c_l) \quad (EV)$$

$$\{ \varepsilon \wedge \frac{\varepsilon}{2} \leq \frac{\varepsilon}{2} \}$$

$$u_s \left(u_s^2 b + \left(1 + \frac{u_s}{\gamma}\right) \bar{c} \right) \quad (49)$$

$$\sqrt{5} \left(\frac{\sqrt{5}bc-1}{\sqrt{5}ab} + \frac{1}{5}a \right) \quad (5)$$

$$Q.3 \frac{10000}{10000 - 1} \times 100$$

$$\text{مس (مس قأ ٣ - \frac{٤}{٥}) } \text{ } \textcircled{٥٢}$$

۵۲) (خضائیں + حطائیں) سے

عدد المسائل ٢٠
مطلوب: ١٥
الباقى =

المراجعة النهائية

فج

الرياضيات

للمصف الثالث الثانوى

٢٠١٦

تفاضل وتكامل

العدلات الزمنية الربطة =

إعداد

السنة / السجل

" موجه أول الرياضيات "

30 المعدلات الزمنية لمركبة

إذا كان لدينا علاقة بين عدة متغيرات (معدلات) مثل

$$س + ع + ص = ٩٤٢ + ٩ = ٩٥١$$

ولكن (س) (ص) (ع) دوال في الزمن (٥)

بالمعنى ان العلاقة السابقة بالمتغير للزمن

$$س = ٩٥١ - ع - ص \quad ع = ٩٥١ - س - ص \quad ص = ٩٥١ - س - ع$$

لنستعمل المعدل الزمني لتغير (س) أو (ع) أو (ص) في

الوقت (٥) المعدل الزمني لتغير (س) أو (ع) أو (ص)

وهي العلاقة بين هذه المعدلات في العلاقة (١) نكتب حساباتها

منها نكتب باقي المعدلات

المتغيرة إذا كان المتغير (س) متزايداً فانه $\frac{دس}{د٥} = ٩٥١$

إذا كان المتغير (ص) متناقصاً فانه $\frac{دص}{د٥} = -٩٥١$

خطوات حل المسألة

(١) إذا لم نكنم لعلاقة بين المتغيرات معطاة

فحينئذ نرسم المسألة لتحديد الأبعاد المتغيرة والمتغيرة مع فرض

كل متغير بمرور متساو

(٢) نوجد العلاقة بين المتغيرات باستخدام نظريات الهندسة المعروفة

مثل فيثاغورث والاشباه وقولونين بالمسطرة والفرجار

تذكر أن

(أولاً) مساحة المثلث كمال الهندسة



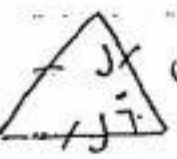
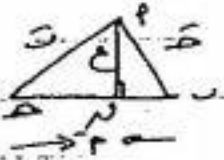
$$ل = ٢ \quad \frac{١}{٢} ل = ١$$

مساحة المربع كطول الضلع (ل) $\frac{١}{٢} ل = ١$ مربع طول قطر

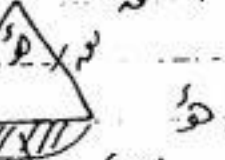
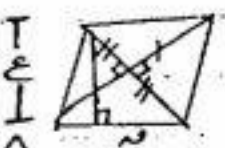
مساحة المستطيل كطول الضلع (ل) $س = ٥$ $ص = ٥$ $ع = ٥$

مساحة المثلث كطول القاعدة (ل) $س = ٥$ $ص = ٥$ $ع = ٥$

مساحة المثلث كطول الضلع (ل) $س = ٥$ $ص = ٥$ $ع = ٥$



مساحة المثلث كطول الضلع (ل) $س = ٥$ $ص = ٥$ $ع = ٥$



مساحة المثلث كطول الضلع (ل) $س = ٥$ $ص = ٥$ $ع = ٥$

مساحة المثلث كطول الضلع (ل) $س = ٥$ $ص = ٥$ $ع = ٥$

مساحة المثلث كطول الضلع (ل) $س = ٥$ $ص = ٥$ $ع = ٥$

مساحة المثلث كطول الضلع (ل) $س = ٥$ $ص = ٥$ $ع = ٥$

مساحة المثلث كطول الضلع (ل) $س = ٥$ $ص = ٥$ $ع = ٥$

مساحة المثلث كطول الضلع (ل) $س = ٥$ $ص = ٥$ $ع = ٥$

المعادلات الرئيسية لمربطة

١. تتحرك نقطة على المنحنى	٢. تتحرك نقطة على المنحنى
٣. $س = ٤ + ٦س - ٢ = ٢$ فإذا	٤. $س = ٤ + ٦س - ٢ = ٢$ فإذا
٥. $س = ٤ + ٦س - ٢ = ٢$ فإذا	٦. $س = ٤ + ٦س - ٢ = ٢$ فإذا
٧. $س = ٤ + ٦س - ٢ = ٢$ فإذا	٨. $س = ٤ + ٦س - ٢ = ٢$ فإذا
٩. $س = ٤ + ٦س - ٢ = ٢$ فإذا	١٠. $س = ٤ + ٦س - ٢ = ٢$ فإذا

١١. تتحرك جسم (س، ص) على منحنى لابلان = ص = ٢، وعند

١٢. $س = ٤$ كان لإحداثي موضع جسم يتزايد بمعدل ١ سم/ث

١٣. اوجد: ١ معدل تغير الإحداثي ٢ عند هذه اللحظة

١٤. معدل تغير البعد ٣ عن نقطة الأصل عند نفس اللحظة

١٥. معدل تغير زاوية الميل ٤ عند نفس اللحظة

١٦. $١٧. ١٨. ١٩. ٢٠.$

حجم بعض الأجسام

١. حجم المكعب = $س^3$ طول حرفه $س = ٤$

٢. حجم متوازي السطوحات = حاصل ضرب أبعاد الثلاثة

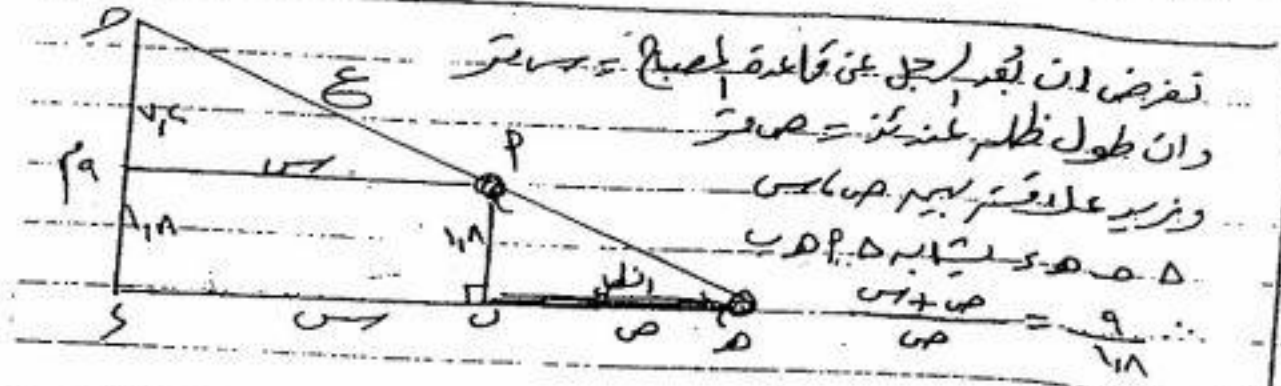
٣. $٤. ٥. ٦. ٧. ٨. ٩. ١٠.$

١١. مساحة الجانبين للمكعب = $٤ \times ٤ = ١٦$

١٢. $١٣. ١٤. ١٥. ١٦. ١٧. ١٨. ١٩. ٢٠.$

٢١. $٢٢. ٢٣. ٢٤. ٢٥. ٢٦. ٢٧. ٢٨. ٢٩. ٣٠.$

رجل طوله ١٨٠ يمشي على الأرض بسيرة ١٢ أمت في اتجاه قاعدة مصباح (٧)
يرتفع ٩ أمتا فوق سطح الأرض. اوجد:
١) معدل تغير طول ظل الرجل
٢) معدل تغير زاوية ظل الرجل
٣) معدل تغير بعد رأس الرجل عن المصباح عندما يكون الرجل على بعد ٤ متر من قاعدة المصباح



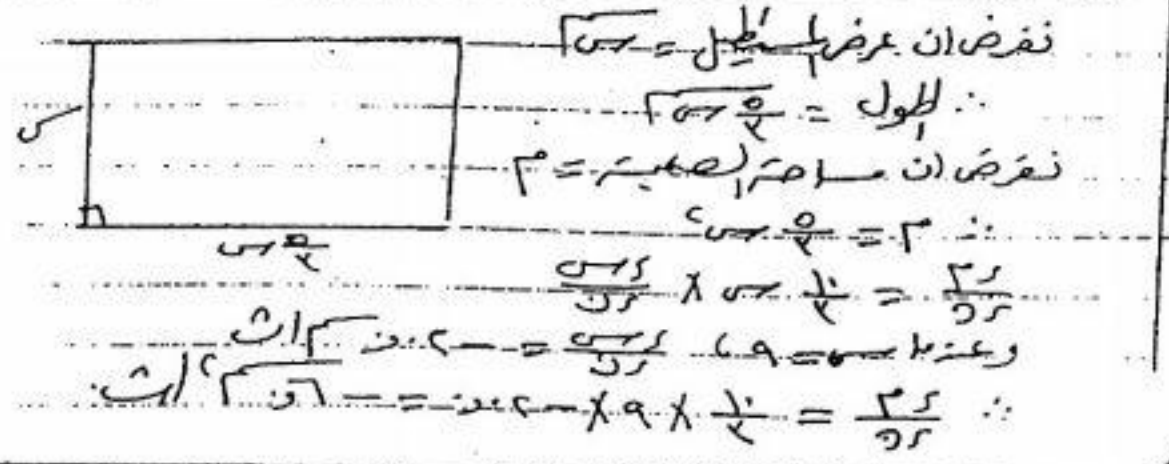
نفرض ان بعد الرجل عن قاعدة المصباح = x متر
وان طول ظله عندئذ = s متر
ونريد على قدر كبير من الدقة
١) معدل تغير s بالوقت
٢) معدل تغير θ بالوقت
٣) معدل تغير d بالوقت
عندما يكون الرجل على بعد ٤ متر من قاعدة المصباح

نفسر ان θ هو الزاوية التي يراها الرجل من قاعدة المصباح
والمطلوب حساب $\frac{ds}{dt}$ عندما $x = 4$ متر
من حيث ان θ هي الزاوية التي يراها الرجل من قاعدة المصباح
عندما يكون الرجل على بعد ٤ متر من قاعدة المصباح
١) $\frac{ds}{dt}$ عندما $x = 4$ متر
٢) $\frac{d\theta}{dt}$ عندما $x = 4$ متر
٣) $\frac{dd}{dt}$ عندما $x = 4$ متر
عندما يكون الرجل على بعد ٤ متر من قاعدة المصباح

المسائل

١٨٠

صاحبة متجر سقاية اشجار طوله ١٢٠ عرضها ٩٠ عرضها ٩٠ بالوقت
فاذا كان العرض ٩٠ عرضها ٩٠ بالوقت
في مساحة سطح اصغر عندما يكون عرضها ٩٠



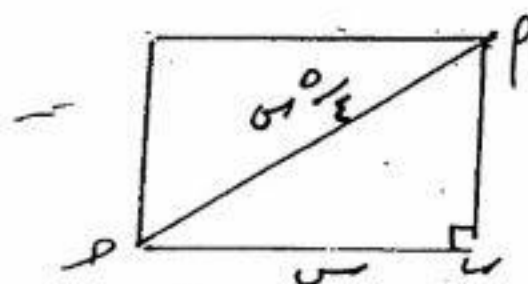
١) نفرض ان عرض السطح = y
٢) الطول = x
٣) نفرض ان مساحة السطح = A
٤) $\frac{dA}{dt}$ عندما $x = 4$ متر
٥) $\frac{dy}{dt}$ عندما $x = 4$ متر
عندما يكون العرض ٩٠

نفسر ان θ هو الزاوية التي يراها الرجل من قاعدة المصباح
والمطلوب حساب $\frac{ds}{dt}$ عندما $x = 4$ متر
من حيث ان θ هي الزاوية التي يراها الرجل من قاعدة المصباح
عندما يكون الرجل على بعد ٤ متر من قاعدة المصباح
١) $\frac{ds}{dt}$ عندما $x = 4$ متر
٢) $\frac{d\theta}{dt}$ عندما $x = 4$ متر
٣) $\frac{dd}{dt}$ عندما $x = 4$ متر
عندما يكون الرجل على بعد ٤ متر من قاعدة المصباح

9

مثال ٩
مربعية متطيلة طولها ١٥ و ٤ طول قطر المستطيل ثلثه
بانتظام فثبت طولها في نقطة عجل ١٥ م ا ث وثلاثه
ما حط في نفس الخط عجل ١٥ م ا ث اربعه
ما حط في هذه اللحظه

الم



فرضاً N طول الصفيحة = 55 ك

$$\therefore \frac{10}{100} = \frac{100}{1000}$$

والله ما خلت لصفية = ٣٢٧

$$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{1}{2} \therefore$$

طول المقطر = $\frac{5}{4}$ وحدة

$$5 - \frac{9}{17} = 5 - 5 - \frac{9}{17} = -\frac{9}{17} \quad (UP)$$

\therefore عرض $\frac{y}{x} = \cup P$ مطلوب

$$\mu \cup \chi \cup \rho = \gamma$$

$$0 \rightarrow \frac{Y}{Z} = 0 \rightarrow \frac{Y}{Z} = 1$$

$\frac{2}{x} - 5$ وبارك مستحق بالخير للزمه

$$\frac{9}{25} \cdot \frac{1}{5} = \frac{9}{125}$$

$$1 - x \rightarrow \frac{x}{2} = x \cdot - \therefore$$

۱۰۰ = ۶۰

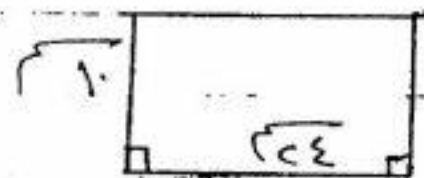
$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{x} = 2 \times \frac{1}{2} = 2 = \sqrt{4} \therefore \sqrt{x} = \sqrt{4} \therefore x = 4$$

شماره ۱) صفیہ مستطیدہ طولها ۴۰ عرضها ۱۰ وبقیاقصہ بطول عجل
۲۰ کرات بقینا نیز این عرضها عجل ۱۰ کرات. اوجہ:

(ثانياً) هل يتوقف إباحة عمه ليتغير؟ معكم تكونه إباحة عمه؟

4. 11. 32



حکمت ۲۰۰

بعد ۲ تا ۳

يعزسه نه ثابتيه (يصبح الطول = ٢٤ - ٢٢ سم) العرض = ١٠ + ١,٥ سم

وَصَحِيحُ الصِّغَرِ مَرْبُوعُهُ $100 - 10 = 90$ مَرَّاهُ

$\therefore 14 = 2, 0 \quad \therefore 14 = 2, 0$

$$(n_1, 0 + 1) (n_c - c_1) = 1 = \text{مصفوفة}$$

$$\sum_{i=1}^n x_i - 217 + 98 = 7$$

$47-17 = \frac{30}{2} \therefore$ وعند $7-17 = \frac{30}{2}$

(أما نيا) بتوقف المسألة عنه التغير

$$\hat{C} \frac{\Delta}{r} = \frac{17}{7} = 2.4 \dots = 27 = 17 \dots = \frac{25}{25} \text{ عند } 25$$

$$2\left(\frac{\Delta}{2}\right) \times 2 - \frac{\Delta}{2} \times 17 + 56 = 3 = \text{المساحة عند قمة}$$

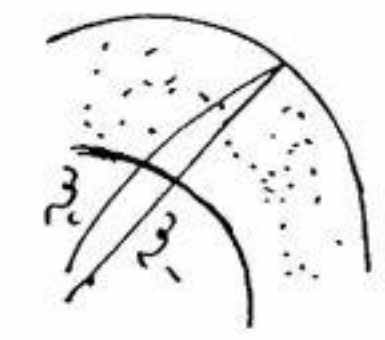
$$\frac{5}{7} - 5 \times \frac{1}{7} = 2 \therefore$$

١٩) ألقى حجر في بركة مياه صافياً سلسلة من الموجات الدائرية متحد المركز، فإذا كان طول نصف قطر الموجة يزيد بمعدل ٥ سم/ث. أوجد معدل تزايد المساحة بعد ٤ ثوان.

الحل

بعد ٤ ثوانية يكونه $r = 5t = 20$ سم
 $\therefore \frac{dr}{dt} = 5$ سم/ث
 $\therefore \frac{dA}{dt} = \frac{d}{dt}(\pi r^2) = 2\pi r \frac{dr}{dt} = 2\pi(20)(5) = 200\pi$ سم²/ث
 وعند $t = 4$: $\frac{dA}{dt} = 200\pi$ سم²/ث

٢٠) إذا كانت ح ساحة المنطقة المصورة بين دائرتين متحدتا المركز طول نصف قطرها r سم، حيث r سم وكانه r سم تزايد بمعدل ٤ سم/ث، r سم تزايد بمعدل ٤ سم/ث. أوجد معدل تغير ح بالنسبة للزمن عند اللحظة التي يكونه فيها $r = 8$ سم، $r = 14$ سم

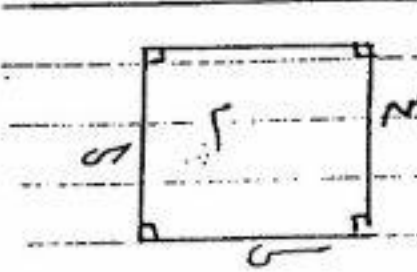


الحل

$A = \frac{1}{2} r^2 \theta$
 $\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} (2r \frac{dr}{dt} \theta + r^2 \frac{d\theta}{dt})$
 وبالاشتقاق بالنسبة للزمن

$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} (2r \frac{dr}{dt} \theta + r^2 \frac{d\theta}{dt})$
 $\therefore \frac{dA}{dt} = r \frac{dr}{dt} \theta + \frac{1}{2} r^2 \frac{d\theta}{dt}$
 $\therefore \frac{dA}{dt} = 14 \times 4 \times \frac{\pi}{6} + \frac{1}{2} (14)^2 \times \frac{\pi}{6}$
 $\therefore \frac{dA}{dt} = \frac{14\pi}{3} + \frac{147\pi}{3} = \frac{161\pi}{3}$ سم²/ث

٢١) صفيحة مربعة الشكل تقدر بانتظام، فإذا كان معدل ازدياد مساحة سطحها 10 سم²/ث. عند $t = 10$ ث. يكون طول ضلعها 10 سم. أوجد معدل تزايد طول ضلعها الصغير.



نفرض أن طول الضلع = s سم
 $\therefore \frac{dA}{dt} = 10$ سم²/ث
 $\therefore \frac{d}{dt}(s^2) = 10$
 $2s \frac{ds}{dt} = 10$
 $\therefore \frac{ds}{dt} = \frac{10}{2s} = \frac{10}{2 \times 10} = 0.5$ سم/ث

الملعب (الأجسام)

معتبر من الجملتين وقول حرفه غير كذا وكذا مع بغير شائعه
 كما من جمعه مع ما قبله ويكون قول حرفه كذا

فرضه أن طول حرف المكعب هو $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

فرضه ان حجم الكعب $E = l^3$

$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{2} = \frac{2}{4}$
 $\frac{1}{4} = \frac{1}{4} \times \frac{2}{2} = \frac{2}{8}$

(۱) فرضاً اندر اصفیٰ علی اکبر = ۲

$$\frac{r_2}{r_1} = 19 \text{ لا } \frac{r_2}{r_1} = 19$$
$$215 \times 10 = 2150$$

تكتبه بزيادة مسطرة بـ طره بعبدل ٨ وكمالات في النسخة التي يرداد فيها
طول حرفه بعبدل ٨ وكمالات بـ أو صير طول حرف المكعب في هذه النسخة

وكذلك معلة الزيارة في جمه .

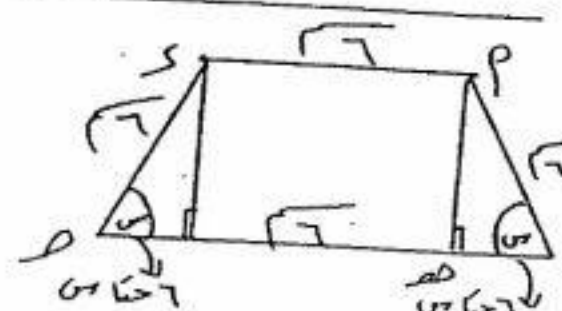
① $\frac{25}{20} = 1.25$ اور $\frac{6}{20} = 0.3$ $\therefore 1.25 - 0.3 = 0.95$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{r} \right) = -\frac{1}{r^2} \frac{dr}{dt}$$
$$\sqrt{\frac{1}{x}} = 1 \therefore \frac{1}{\sqrt{x}} = 1 \therefore \frac{1}{\sqrt{x}} = 1 \therefore \frac{1}{\sqrt{x}} = 1$$
$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} \quad \text{و عن ج ١} \quad \frac{1}{y} = \frac{1}{x} \quad \therefore y = x$$

4) $\sqrt{\frac{S}{n}} = \frac{E}{D} \therefore \therefore \sqrt{X \left(\frac{1}{n} \right) X} = \frac{E}{D} \therefore$

$\frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-x^2} dx = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-x^2} dx$

(۲۲) ap مدیہ شہر معروف فیہ ای // ایہ مدیہ ای = مدیہ = مدیہ = مدیہ
 قہ لا ap ما = ہی فاذا کان حسی تزداد عیدلہ / (معیلہ)
 او عیدلہ لیتیر فی ساحۃ شہر المعروف عنہ لکھتہ لیتہ نکوہ فیط
 جس = ۲۰



$u + b = 7 = 10^p$ $u + p = 2$
 $u + b = 7 = 10^p$ $u + p = 6$

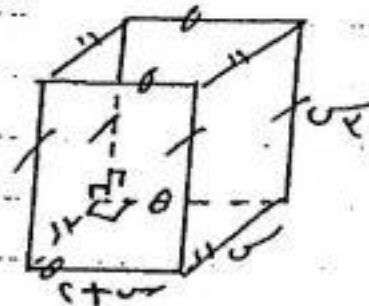
طول القاعد $6 + 12 = 18$ م

نصره الله ام سلمه

$$-7+7) - 67 =$$
$$11 + 0.76 \times 7 =$$
$$\frac{55}{25} \text{ or } 2.2 = \frac{55}{25}$$
$$\therefore \frac{55}{25} = 2.2$$
$$xy + yz = \frac{15}{25} \therefore \checkmark$$
[illegible]

10. $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

ثم قد مضت من المعون على كل صوازي مستطيلات طول ضلع
قاعدته يزيد عن عرضها بمقدار ١ سم. وارتفاعها ثلاثون أمثال عرض
قاعدتها - فاذا كان الحجم يزيد بمعدل ٦٠ سم^٣ ادريكمته عندها
يزداد العرض بمعدل ١٠ سم ادريكمته - احسب أبعاد قطعة المعون



نفرض ان عرض الجامعة = 55

طول القاعدة = C + u

ارتفاع = ۵۲

فرض ان $\frac{1}{x} = \frac{1}{y}$

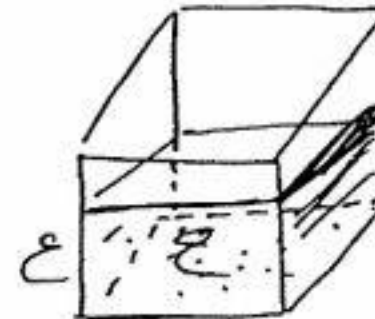
$$\therefore \sum_{s=1}^n (s+1) \cdot x \cdot y = (x+y) \cdot \sum_{s=1}^n s = (x+y) \cdot \frac{n(n+1)}{2}$$

بالفَضْل بِالْيُسْرِ لِلْأَمْنِ

$$\frac{575}{55} \times (6-19+6-9) = \frac{85}{55} \therefore$$
$$\therefore d. x(5x+6) = 36 \quad \therefore$$
$$= 5.1 - 5.1 + 5.1 \therefore$$
$$= (2 - 5)(1 + 5 - 2)$$
$$-f = \bar{f}!$$

أبعاد وطول المعدن ٦٠٤٦٦ من البضائيات

طاب



۴۴

نقصان حجم الماء في الخزان = $\frac{r}{R} = \frac{1}{7}$
(نقصان الارتفاع الماء = $\frac{1}{7}$ متر)

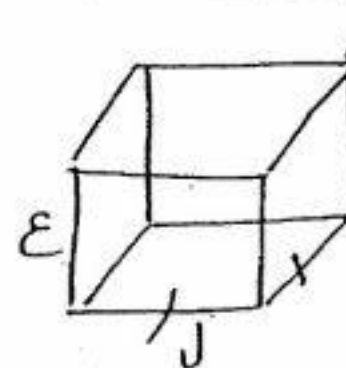
$$E = \text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$\therefore \sum a_n = \sum b_n$ بالبرهان

$$\frac{\sum r}{n} \times 9 = \frac{\sum r}{n} \therefore$$
$$\frac{1}{0.6} = \frac{r}{r} \therefore \frac{r}{r} \times 9 = \frac{1}{\frac{1}{9}} \therefore$$

(سؤال ٤) متوازي مستطيلات من المعدن قاعدة مربعة فاذا اتى الى طول ضلع القاعدة عجل ٤ ذكارت وناقص الارتفاع عجل ٤ ذكارت. اوجد معدل تغير الحجم عندما يكون طول ضلع القاعدة ٥ سم والارتفاع ٨ سم.

الطلب



نقراضه طول ضلع القائمة $l = \frac{r}{\sin \theta}$ $\therefore \frac{r}{\sin \theta} = \frac{l}{1}$

$$C = \frac{r}{r - C} \therefore C = \frac{r}{r - C} \therefore C = \frac{r}{r - C}$$

$\mathcal{E} = \mathcal{L}$ بالاشتقاق بالنبه للزم

$$\frac{d}{dt} \cdot U + c \cdot \frac{d}{dt} J_c = \frac{d}{dt} \cdot$$
$$2x - x_{10} + 1x_{12}x_{10}x_{11} = \frac{e_1}{e_2}$$
$$\text{C12} \rightarrow 12 = 10 - 92 =$$

(٢٤)

مثال ١) كرة مجوفة من الحديد بزيادة طول نصف قطرها الداخلي بمعدل ١ سم/ث
 حيث يبقى حجم المادة ثابتاً وذلك في اللحظة التي يكون فيها طول نصف
 قطرها ١٠ سم اوجد عند تلك اللحظة
 (i) معدل تغير طول نصف قطرها الخارجي
 (ii) معدل تغير مساحة سطحها الخارجي
 (iii) معدل تغير سمكها

الحل
 نصف القطر الداخلي = r سم
 نصف القطر الخارجي = R سم
 سمك المادة = $R - r$ سم
 حجم الكرة = $\frac{4}{3}\pi R^3 - \frac{4}{3}\pi r^3$
 (١) $\frac{dV}{dt} = 0$ (بقيت المادة ثابتة)
 $\frac{d}{dt} \left(\frac{4}{3}\pi R^3 - \frac{4}{3}\pi r^3 \right) = 0$
 $4\pi R^2 \frac{dR}{dt} - 4\pi r^2 \frac{dr}{dt} = 0$
 $R^2 \frac{dR}{dt} = r^2 \frac{dr}{dt}$
 $\frac{dR}{dr} = \frac{r^2}{R^2}$
 $\frac{dR}{R^2} = \frac{r^2}{R^4} dr$
 $-\frac{1}{R} = -\frac{1}{3} \frac{r^3}{R^4}$
 $\frac{1}{R} = \frac{r^3}{3R^4}$
 $3R^3 = r^3$
 $R = \sqrt[3]{r^3}$
 $R = \sqrt[3]{10^3} = 10$ سم
 (٢) $\frac{dR}{dt} = ?$
 $\frac{dR}{dr} = \frac{r^2}{R^2} = \frac{10^2}{10^2} = 1$
 $\frac{dR}{dt} = \frac{dr}{dt} = 1$ سم/ث

(٣) $\frac{dA}{dt} = ?$
 $A = 4\pi R^2$
 $\frac{dA}{dt} = 8\pi R \frac{dR}{dt} = 8\pi \times 10 \times 1 = 80\pi$ سم²/ث

مثال ٢) $\frac{dV}{dt} = 1$ سم³/ث
 $V = \frac{4}{3}\pi R^3$
 $\frac{dV}{dt} = 4\pi R^2 \frac{dR}{dt} = 1$
 $\frac{dR}{dt} = \frac{1}{4\pi R^2}$
 $\frac{dR}{dt} = \frac{1}{4\pi \times 10^2} = \frac{1}{400\pi}$ سم/ث

(٢٣)

مثال ٣) تمتد كرة بلاستيكية فلذا كان حجمها يتزايد بمعدل ٤ سم³/ث
 عندما يكون نصف قطرها ٥ سم. اوجد معدل ازدياد مساحة سطحها

الحل
 $\frac{dV}{dt} = 4$ سم³/ث
 $V = \frac{4}{3}\pi R^3$
 $\frac{dV}{dt} = 4\pi R^2 \frac{dR}{dt} = 4$
 $\frac{dR}{dt} = \frac{1}{\pi R^2}$
 $\frac{dR}{dt} = \frac{1}{\pi \times 5^2} = \frac{1}{25\pi}$ سم/ث
 $A = 4\pi R^2$
 $\frac{dA}{dt} = 8\pi R \frac{dR}{dt} = 8\pi \times 5 \times \frac{1}{25\pi} = \frac{8}{5}$ سم²/ث

(٢٥)

مثال ١١

كرة صلبة طول قطرها ٢٨ مظلما بطبقته من الشعع متطرفة الشعاع
فاذا كان الشعع يزداد بعدد ١٠٠٠ المقياس - او بعدد معدتنا
سواء طبقت الشعع عندما يكون الشعع ١٠٠٠ - وما هو شعع
تناقصه ماضية الشعع خارج طبقت الشعع عما كان الشعع نظر
متقلبا بـ ١٠٠٠ الكروي

الحل

١

نقضي أن الشعع طبقت الشعع ١٠٠٠

وان حجم الشعع = ١

$$ع = \frac{1}{3} \times \pi \times (١٠٠٠)^2 \times ٢٨$$

بالاستعانة بالنسبة للذين

$$\frac{ع}{ع} = \frac{\frac{1}{3} \times \pi \times (١٠٠٠)^2 \times ٢٨}{\frac{1}{3} \times \pi \times (١٠٠)^2 \times ٢٨}$$

$$١٠٠٠ = \frac{ع}{ع} \times ١٠٠ = ١٠٠٠$$

$$١٠٠٠ = \frac{ع}{ع} \times ١٠٠ = ١٠٠٠$$

$$\frac{ع}{ع} = \frac{١٠٠٠}{١٠٠} = ١٠$$

امامنا نقضي أن ١٠ = ماضية الشعع أطراف الشعع

التي طول نصف قطرها = ١٠

$$ع = \frac{1}{3} \times \pi \times (١٠)^2 \times ٢٨$$

$$ع = \frac{1}{3} \times \pi \times (١٠)^2 \times ٢٨$$

$$\frac{ع}{ع} = \frac{\frac{1}{3} \times \pi \times (١٠)^2 \times ٢٨}{\frac{1}{3} \times \pi \times (١٠٠)^2 \times ٢٨}$$

$$\frac{ع}{ع} = \frac{١٠٠٠}{١٠٠} = ١٠$$

$$\frac{ع}{ع} = \frac{١٠٠٠}{١٠٠} = ١٠$$

(٢٦)

الاسطوانة

مثال ١٢

الاسطوانة دائرية قائمة قائمت نصف قطرها ١٠ م
وارتفاعها ١٠ م يزداد بعدد ١٠٠٠ المقياس - او بعدد معدتنا
حجم الاسطوانة عندما يكون الشعع ١٠٠٠ = ١٠٠٠



حجم الاسطوانة = مساحة القاعدة \times الارتفاع
ع = ط \times ل = ط \times ل

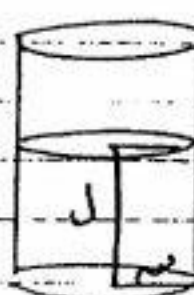
$$\frac{ع}{ع} = \frac{\pi \times (١٠)^2 \times ١٠}{\pi \times (١٠)^2 \times ١٠}$$

$$\frac{ع}{ع} = \frac{١٠٠٠}{١٠٠} = ١٠$$

$$\frac{ع}{ع} = \frac{\pi \times (١٠)^2 \times ١٠}{\pi \times (١٠)^2 \times ١٠} = ١٠$$

مثال ١٣

برميل اسطوانة طول نصف قطرها ١٠ م وارتفاعه ١٨ م فاذا كان
معدل دخول البترول في البرميل ١٠٠٠ م^٣ المقياس حيث لي ارتفاع
البترول عند أي لحظة
او بعد معدل الارتفاع البترول عندما يبلغ نصف البرميل



حجم البترول = ط \times ل = ط \times ل
ع = ط \times ل = ط \times ل

$$\frac{ع}{ع} = \frac{\pi \times (١٠)^2 \times ١٠}{\pi \times (١٠)^2 \times ١٠}$$

$$\frac{ع}{ع} = \frac{١٠٠٠}{١٠٠} = ١٠$$

$$\frac{ع}{ع} = \frac{١٠٠٠}{١٠٠} = ١٠$$

(٢٧)

مسألة ١٤

وعاء اسطواناني الشكل طول نصف قطره واحد ١٠ وارفعه ٦٠
فاذا كان الوعاء فارغاً وصب فيه الماء عجل ٢٠ ط ٢ / ٢
او صب بعد ارتفاع الماء في الوعاء متى عجل الوعاء بالماء



$$\text{ع} = ط \quad \text{ع} = ١٠ \quad \text{ع} = ١٠$$

$$\text{ع} = ١٠ \quad \text{ع} = ١٠$$

$$\frac{\text{ع}}{\text{ط}} = \frac{١٠}{٢٠} \quad \text{ع} = ١٠ \quad \text{ع} = ١٠$$

$$\frac{\text{ع}}{\text{ط}} = \frac{١٠}{٢٠} \quad \text{ع} = ١٠ \quad \text{ع} = ١٠$$

ثانياً عجل الوعاء عندما يكون ارتفاع الماء ٦٠
ويكون حجم الماء عندئذ = ٦٠ ط ١٠ = ٦٠٠٠
الوزن اللازم لامتلاء الوعاء = حجم الماء في الوعاء

$$\frac{٦٠٠٠}{٢٠} = ٣٠٠ \quad \text{ثانية}$$

مسألة ١٥

بالون على ارتفاع ١٠ متر من سطح الأرض يصعد رأساً لأعلى
عجل ثابت ٢٠ م/ثانية ثم من تحت سيارة تتحرك أفقياً
بسرعة ٢٠ م/ثانية. اوجد المعدل الذي يتغير به البالون
عن السيارة بعد دقيقة واحدة.

حل أول

نفرض أن البالون يرتفع مسافة = ص

وان السيارة تتحرك مسافة = ط

وان البعد بينهما في تلك اللحظة = ق

ف = (ص + ط) = ١٠ + ٢٠ = ٣٠

بعد دقيقة واحدة تكون ص = ٢٠ ط = ٢٠

ف = ٢٠ + ٢٠ = ٤٠

بالنسبة للزمن

ف = ٢٠ ط = ٢٠

ف = ٢٠ ط = ٢٠

ف = ٢٠ ط = ٢٠

حل ثان

بعد زمن د دقيقة يرتفع البالون مسافة = ص

وتتحرك السيارة مسافة = ط

ف = (ص + ط) = ١٠ + ٢٠ = ٣٠

ف = ٢٠ ط = ٢٠

ف = ٢٠ ط = ٢٠

ف = ٢٠ ط = ٢٠

ف = ٢٠ ط = ٢٠

ف = ٢٠ ط = ٢٠

ف = ٢٠ ط = ٢٠

ف = ٢٠ ط = ٢٠

ف = ٢٠ ط = ٢٠

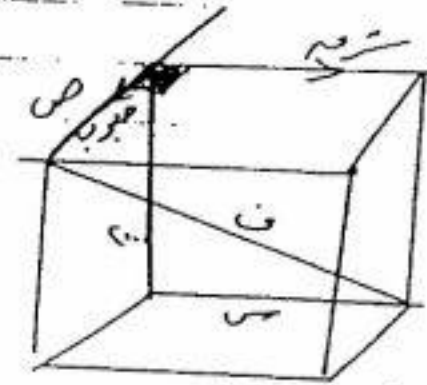
ف = ٢٠ ط = ٢٠

ف = ٢٠ ط = ٢٠

ف = ٢٠ ط = ٢٠

(٣١)

مثال (١٨) : تطير طائرة افقيًا على الارتفاع ١٠٠٠ متر باتجاه جنوب غرب
سرعته ١٥٠ كم/س فمرت على سيارة تسير بسرعة ٧٥ كم/س باتجاه
جنوب شرق. اوجد المعدل الذي يتقارب به الطائرة عن السيارة بعد
٤ ثواني.



الحل : ع

نفرض ان الطائرة تقطع مسافة = ص
بعد ٤ ثواني = ص = ١٥٠ متر
نفرض ان السيارة تقطع عندئذ مسافة = س
بعد ٤ ثواني = س = ٧٥ متر
ف = ع + ص + س

$$ف = (١٥٠) + (٧٥) + (٤٠)$$

$$\text{وعنده } ع = ٤ \text{ ث } \therefore ف = ٧٠٠ \text{ متر}$$

$$\downarrow \text{ ف } \frac{د}{ر} = \frac{١٥٠ \times ٤ + ٧٥ \times ٤}{١٠٠} = \frac{١١٢٥}{١٠٠} \text{ كم/س}$$

$$\therefore ٧٠٠ \times \frac{د}{ر} = \frac{١٥٠ \times ٤ + ٧٥ \times ٤}{١٠٠}$$

$$\therefore \frac{د}{ر} = \frac{١١٢٥}{١٠٠} = ١١.٢٥ \text{ كم/س}$$

عدد المسائل = 73
مطلوب = 2
ناتي =

المراجعة النهائية

ف8

الرياضيات

للمصف الثالث الثانوي

تفاضل وتكامل

تطبيقات هندسية - سلوك الدالة

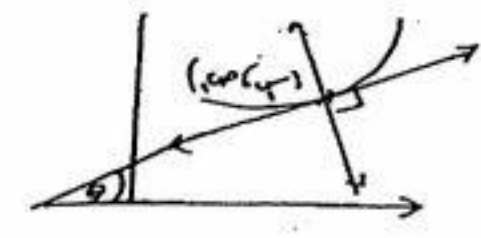
إعداد

أ. محمد / أ. محمد

" موجه أول الرياضيات "

تطبيقات هندسية على المشتقة الأولى

① إذا كانت $y = f(x)$ قابلة للتفاضل بالنسبة للتغير x عند النقطة (x_0, y_0) فإن ميل المماس للمنحنى عند النقطة (x_0, y_0) هو قيمة $f'(x_0)$ عند تلك النقطة



∴ ميل المماس $= 2 = f'(x_0) = f'(2)$

∴ ميل المماس $= 2 = \text{ظاهر}$ ∴ $\text{ظاهر} = \frac{y}{x}$ عند النقطة (x_0, y_0) حيث x قياس الزاوية الموضوعة لها y مع اتجاه المحور السيني (مثلاً) معادلة المماس للمنحنى $y = x^2$ عند النقطة $(2, 4)$ هي $y - 4 = 2(x - 2)$

② نوجد $\frac{y}{x}$ للمنحنى $y = f(x)$

③ بالتكديف باحداثيات النقطة (x_0, y_0) في $\frac{y}{x}$ لإيجاد ميل المماس المرسوم للمنحنى $y = f(x)$ عند تلك النقطة

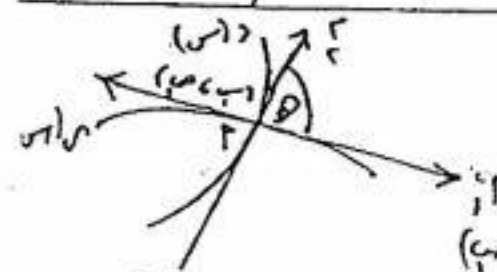
∴ $\left(\frac{y}{x}\right) = 2 = f'(x_0)$

④ نوجد معادلة المماس على الصورة $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$

(مثالاً) إيجاد معادلة المماس للمنحنى $y = x^2$ عند النقطة $(2, 4)$

① نوجد ميل المماس $= 2$ عند $(2, 4)$ فيكون ميل المستقيم المماسي $= \frac{1}{2}$

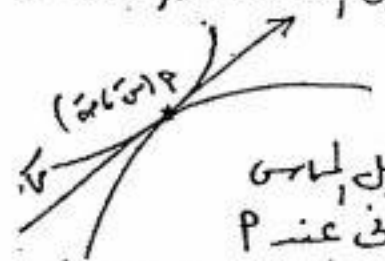
⑤ نوجد معادلة المماس على الصورة $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$



رابعاً: الزاوية بين منحنين متقاطعين

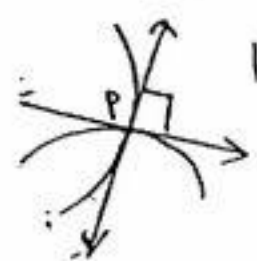
إذا تقاطع المنحنيان $y = f(x)$ و $y = g(x)$ في النقطة $P(x_0, y_0)$ فإن قياس الزاوية بين المنحنيين عند P هو الزاوية بين المماسين ويكون

ظاهر $= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{f'(x_0)} - \frac{1}{g'(x_0)} \right)$ حيث $\frac{1}{f'(x_0)}$ ميل المماس للمنحنى الأول عند P و $\frac{1}{g'(x_0)}$ ميل المماس للمنحنى الثاني عند P



المنحنيان المتعامدان:

إذا كان ميل المماس للمنحنى الأول عند نقطة P = ميل المماس للمنحنى الثاني عند P أي إذا كان $f'(x_0) = g'(x_0)$ عند نقطة التقاطع $P(x_0, y_0)$ يكون المنحنيان متعامدين عند P ويكون لهما مماس مشترك عند تلك النقطة



المنحنيان المتعامدان: إذا كان $f'(x_0) = -\frac{1}{g'(x_0)}$ عند نقطة التقاطع P يكون المنحنيان متعامدين على التمام عند P

④

ملاحظة: فكله لا يستعان بالمتقمة لثابتية $\frac{y}{x}$ = صفر لوجوه نوع
 المتقمة لدرجة من حيث كونها عظمى او صغرى $\frac{y}{x}$ مالم
 اذا كانت $\frac{y}{x} < 0$ (اصغر) عن المتقمة لدرجة تكون صغرى مالم
 اذا كانت $\frac{y}{x} > 0$ (اكثر) عن المتقمة لدرجة تكون عظمى مالم
 اذا كانت $\frac{y}{x} = 0$ عن المتقمة لدرجة فيجب بحسب اشارة $\frac{y}{x}$
 قبل المتقمة وبعدها لمعرفة نوعها

مثال: نعيه القيمة المطلقة والصغرى المطلقة للدالة في فترة مغلقة

- ① نوجد المتقمة لدرجة للدالة في الفترة المغلقة [a, b]
- ② نوجد قيم الدالة عند a, b, المتقمة لدرجة في الفترة
- ③ اكبرهم الدالة هي القيمة العظمى المطلقة
- ④ اصغرهم الدالة هي القيمة الصغرى المطلقة

والباقي: نعيه تزايد او تناقص ونقطة انقلاب

- ① يكون منحنى الدالة موجب او سفل في [a, b] اذا كانت $\frac{y}{x} < 0$ او $\frac{y}{x} > 0$ في هذه الفترة
- ② يكون منحنى الدالة موجب او سفل في [a, b] اذا كانت $\frac{y}{x} < 0$ او $\frac{y}{x} > 0$ في هذه الفترة

③

أول الدالة
 (أول) بحث تزايد او تناقص للدالة:

① نحدد مجال الدالة ② نوجد المتقمة لدرجة للدالة وهي نقطة
 التي تكون عندها $\frac{y}{x} = 0$ مالم تكون عندها $\frac{y}{x}$ غير معرف

- ③ نضع المتقمة لدرجة على مجال الدالة فنقسم المجال الى عدة فترات جزئية
- ④ نبحث اشارة المشتقة الأولى في كل فترة جزئية فاذا كانت
 $\frac{y}{x} < 0$ في فترة تكون الدالة تزايدية في هذه الفترة
 واذا كانت $\frac{y}{x} > 0$ في فترة تكون الدالة تناقصية في هذه الفترة

مثال: نعيه مواقع نقطة القيم العظمى والصغرى
 الدالة

- ① نوجد المتقمة لدرجة للدالة
- ② نبحث اشارة $\frac{y}{x}$ في جوار نقطة
- اذا كانت $\frac{y}{x} < 0$ قبل النقطة وبعدها تكون نقطة عظمى مالم
 قبل النقطة وبعدها تكون نقطة صغرى مالم

اذا كانت $\frac{y}{x} > 0$ قبل النقطة وبعدها
 تكون نقطة صغرى مالم

رسالة الرالفة

① المنخفض = $ص + ٢ + م + ب$ له ثقلتان انقلاب عند (٣-٩) ٩٢
 ✓ اوجد لهما جسيم ٢٢ ب وصه ذلك
 اولاً: عيه فترات لتر ايد ولقنا قص للدالة ميناً مواقع لعيم العظم والصغرى
 المولدة للدالة
 ثانياً: عيه العيم العظمي المطلقة والصغرى المطلقة للدالة في [٣٦١-]
 ثالثاً: عيه فترات لعرب لارضفل ولاعلى ونقطة لقلب

$$\left. \begin{array}{l} \cdot \rightarrow \text{or } \leftarrow \quad \leftarrow \rightarrow - \rightarrow \leftarrow \\ \cdot \leftarrow \text{or } \rightarrow \quad \rightarrow \leftarrow - \rightarrow \leftarrow \end{array} \right\} = (\rightarrow)_{\text{or}} \quad \text{⑤}$$

١٥ - ١٤ - ١٣ - ١٢ - ١١ - ١٠ - ٩ - ٨ - ٧ - ٦ - ٥ - ٤ - ٣ - ٢ - ١

١٥ عمية قنات ليزايد ولفناقص للدالة (ولفيم اعظم ولفيم الملية

١٤ عمية لفيتم اعظم ولفيم الملية المطلقة للدالة في [٣٢١-]

١٣ عمية قنات لعرب لعللى ولاشغل ونه طه لعللى (ان وحدته).

(٢) إذا كانت د(س) = س - ٥ - ١٢
 (٣) عينة فترات لزيادة ولتساوى موضعاً القيم العظمى والصغرى المحلية.
 (٤) أوجد القيم العظمى والصغرى المحلية للدالة في [٣، ٦].

④ عليه قسرات لعذب لأعلى والأفضل لمفضي الدالة د حيث $d(s) = \sqrt{s(s+1)}$
 و عليه نقطة انقلاب (أله وجديت)
 وأوجب القيم (عظم والصغرى) المطلقة للدالة عندما $s \in [-1, 2]$

⑤ عنده مواقع لفهم العظم والصغرى المحللة للذات $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}$

① اوجب القيم العظمى المطلقه والصغرى المطلقه للدالة
في $[2, 4]$ حيث $d(s) = s^2 - 9s + 10$ $[7 - 14]$

٧) إذا كانت $\pi \in [0, \pi]$ اوجد قيم العظمى والصغرى
 للمدالة $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{\pi}{2} \sin\left(\frac{x}{2}\right)$
 للمدالة $f(x) = \frac{x}{2} - \frac{\pi}{2} \sin\left(\frac{x}{2}\right)$

نقطة انقلاب:

هم النقطة التي يغير عندها المنحنى من تحديه
وعندها التقلبات يكون:

① $\frac{d^2y}{dx^2} = 0$ عند النقطة غير معدومة

② $\frac{d^2y}{dx^2}$ غير اشارة قبل النقطة وبعدها

الاشارة
الاشارة
نقطة انقلاب
نقطة انقلاب
نقطة انقلاب

و تَصْبِيحَاتُ الْكَامِلِ ۴

① إذا كان $\frac{r}{R}$ على المماس لمختار DA عند A فنقطة A هي (مسماها)

فائدہ معادلہ لے لیتے ہیں = $\left[\frac{\text{کھجور}}{\text{کھجور}} \right]$ کھجوریں

ایمان ۴ = د (دوسرا) $\left[\frac{\text{بالہ شیشمان}}{\text{کھجور}} \right]$ بالہ شیشمان

معدولہ کھجور میں ایمان $\frac{۴}{\text{کھجور}}$

بالہ شیشمان $\xrightarrow{\text{بالہ شیشمان}}$ ایمان $\xrightarrow{\text{ایمان}}$

(٧)

٨٧ عيه فترات ليدول بقا وقص للدالة $(s) = \frac{s}{1+s}$ وكذلك مواقع
القيم العظمى والصغرى المحلية، وأوجد القيم العظمى والصغرى المطلقة
للدالة في $[2, 1]$

٩٦ أوجد القيم العظمى والصغرى المطلقة للدالة $(s) = s^2 + 2s + 3$ في
المجال $[0, 1]$

١٠٠ إذا كانت الدالة $s = 2 + p + q$ من نقطة حرجية عند $s = 3$
ونقطة انقلاب عند $s = 1$ عيه p ، q (٦٢-٩)

١١١ أوجد p ، q إذا كانت منحنى الدالة $(s) = p + q + s^2 + s^3$
له نقطة انقلاب عند $s = 2$ ، ومعادلة المماس (انقلاب) هي
 $s = 2 - 2s$ (٩=٢) $s = 2 - 2s$ (٩=٢)

١٢٠ أوجد دالة كثيرة حدود من الدرجة الثالثة تحقق الشروط التالية:

- ١ المنحنى يمر بالنقطة $(0, 0)$
 - ٢ المنحنى له مماس أفقي عند $s = 1$
 - ٣ المنحنى له نقطة انقلاب عند النقطة $(2, 2)$
- (دالة) $s = 2 - 2s + 9s^2 + 2s^3$

١٢١ إذا كان المنحنى $s = p + q + s^2 + s^3$
١ يمر بنقطة الأصل ٢ له نقطة حرجية عند $s = 2$
٣ له نقطة صغرى محلية عند $s = 2$
٤ المماس للمنحنى عند $s = 1$ يوازي المستقيم $s = 2$
أوجد معادلة المنحنى. $[s = 2 - 2s + 9s^2 + 2s^3]$

(٨)

١٤٠ إذا كانت $s = 2$ تمثل منحنى لكثيرة حدود من الدرجة الثالثة
وكان $s = 2$ عند $s = 1$ ، $s = 2$ عند $s = 2$ ، عند $s = 2$
والمنحنى يمر بالنقطة $(1, 1)$ وله نقطة حرجية عند $(1, 1)$
أوجد معادلة المنحنى، وبيده نوع النقطة الحرجية

١٥٠ إذا كانت دالة حيث $(1+s)^2$ $s > 0$
 $(s) = 2 + p + q$

وكانت منحنى (s) لها وجود. أوجد قيم p ، q لهم احسب
القيم العظمى والصغرى المطلقة للدالة في $[2, 3]$

١٦٠ أوجد القيم العظمى والصغرى المحلية وكذلك نقطة انقلاب (إله وجرتا)
للدالة $(s) = \frac{1}{2}s^2 - s^3 + s^4$

(٢) $s = 2$ صغرى محلية
(١-١) $s = 2$ عظمى محلية
(١٠) نقطة انقلاب

٩

تجارب عامّة (المماس والعودي)

١) أوجد معادلة المماس والعودي للمنحني الدائري $x^2 + y^2 = 1$ عند النقطة (1, 0)

الحل: $x = 1, y = 0$

معادلة المماس: $x = 1$

معادلة العودي: $y = 0$

٢) أوجد معادلة المماس والعودي للمنحني الدائري $x^2 + y^2 = 1$ عند النقطة (0, 1)

الحل: $x = 0, y = 1$

معادلة المماس: $y = 1$

معادلة العودي: $x = 0$

٣) أوجد معادلة المماس والعودي للمنحني الدائري $x^2 + y^2 = 1$ عند النقطة $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$

الحل: $x = \frac{1}{2}, y = \frac{\sqrt{3}}{2}$

معادلة المماس: $x - \sqrt{3}y = -1$

معادلة العودي: $x + \sqrt{3}y = 1$

٤) أوجد معادلة المماس والعودي للمنحني الدائري $x^2 + y^2 = 1$ عند النقطة $(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$

الحل: $x = -\frac{1}{2}, y = \frac{\sqrt{3}}{2}$

معادلة المماس: $x + \sqrt{3}y = 1$

معادلة العودي: $x - \sqrt{3}y = -1$

٥) أوجد النقط الواقعة على المنحني $x^2 + y^2 = 1$ حيث $\frac{dy}{dx} = 1$ و $\frac{dy}{dx} = -1$

الحل: $(1, 0), (-1, 0), (0, 1), (0, -1)$

٦) أوجد النقط الواقعة على المنحني $x^2 + y^2 = 1$ حيث $\frac{dy}{dx} = 0$ و $\frac{dy}{dx} = \infty$

الحل: $(0, 1), (0, -1), (1, 0), (-1, 0)$

٧) أوجد معادلة المماس للعدي $x^2 + y^2 = 1$ عند النقطة $(1, 0)$ ويكون عمودياً على $x = 1$

الحل: $x = 1$

واجب: أوجد معادلة المماس والعودي للمنحني $x^2 + y^2 = 1$ عند النقطة $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$

الحل: $x = \frac{1}{2}, y = \frac{\sqrt{3}}{2}$

معادلة المماس: $x - \sqrt{3}y = -1$

معادلة العودي: $x + \sqrt{3}y = 1$

واجب: أوجد النقط الواقعة على المنحني $x^2 + y^2 = 1$ حيث $\frac{dy}{dx} = 1$ و $\frac{dy}{dx} = -1$

الحل: $(1, 0), (-1, 0), (0, 1), (0, -1)$

١٠

٨) أوجد معادلة المماس للعدي $x^2 + y^2 = 1$ عند النقطة $(1, 0)$ ويكون موازياً لـ $x = 1$

الحل: $x = 1$

٩) أوجد معادلة المماس للعدي $x^2 + y^2 = 1$ عند النقطة $(0, 1)$ ويكون موازياً لـ $y = 1$

الحل: $y = 1$

١٠) أوجد معادلة المماس للعدي $x^2 + y^2 = 1$ عند النقطة $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ ويكون موازياً للمماس عند النقطة $(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$

الحل: $x - \sqrt{3}y = -1$

١١) أوجد معادلة المماس للعدي $x^2 + y^2 = 1$ عند النقطة $(1, 0)$ ويكون موازياً للمماس عند النقطة $(0, 1)$

الحل: $y = 1$

١٢) أوجد معادلة المماس للعدي $x^2 + y^2 = 1$ عند النقطة $(1, 0)$ ويكون موازياً للمماس عند النقطة $(0, -1)$

الحل: $y = -1$

١٣) أوجد معادلة المماس للعدي $x^2 + y^2 = 1$ عند النقطة $(1, 0)$ ويكون موازياً للمماس عند النقطة $(-1, 0)$

الحل: $x = -1$

١٤) أوجد معادلة المماس للعدي $x^2 + y^2 = 1$ عند النقطة $(1, 0)$ ويكون موازياً للمماس عند النقطة $(0, 1)$

الحل: $y = 1$

١٥) نقطة تتحرك على المنحنى $ص = ص(س)$ أو جد موقع النقطة في اللحظة التي يصنع المماس والعمودي عليه مع محور السينات ثلاث متباين إلا في

$$ج [(١-٢) , (١-٢)]$$

١٦) اوجد مساحة المثلث المكون من محور السينات والمماس والعمودي عليه عند النقطة $(١, ٢)$ للمنحنى $ص = ص(س)$

$$[٥]$$

١٧) إذا كان الاستقيم $ص = ص(س)$ مماس للمنحنى $ص = ص(س)$ عند النقطة $(١, ٢)$ اوجد $ص(١)$

$$[١ = ٢]$$

١٨) أثبت ان المنحنيين $ص = ص(س)$ و $ص = ص(س)$ هما مماسان عند النقطة $(١, ٢)$ اوجد معادلة المماس المشترك عند تلك النقطة

$$ج [ص = ص(س)]$$

١٩) اوجد قيم الثوابت $ص$ و $ص$ بحيث يكون لمنحنى الدالة $ص = ص(س)$ مماس للمماس $ص = ص(س)$ عند النقطة $(١, ٢)$ وواحد معادلة المماس المشترك لسطح

$$ج [١ = ٢]$$

٢٠) اثبت ان المنحنيين $ص = ص(س)$ و $ص = ص(س)$ هما مماسان عند النقطة $(١, ٢)$ اوجد معادلة المماس المشترك لسطح

٢١) اوجد معادلة المماس للمنحنى $ص = ص(س)$ عند النقطة $(١, ٢)$ مع الاستقيم $ص = ص(س)$

$$[١ = ٢]$$

واجب) اوجد معادلة المماس المشترك للمنحنيين $ص = ص(س)$ و $ص = ص(س)$

$$[١ = ٢]$$

ملاحظة) اوجد نقطة تقاطع المنحنيين $ص = ص(س)$ و $ص = ص(س)$

٢٢) اوجد معادلة المماس والعمودي للمنحنى الدالة $ص = ص(س)$ عند النقطة $(١, ٢)$

$$ج [ص = ص(س)]$$

واجب) اوجد معادلة المماس والعمودي للمنحنى $ص = ص(س)$ عند النقطة $(١, ٢)$

$$ج [ص = ص(س)]$$

٢٣) اوجد معادلة العمودي على المنحنى $ص = ص(س)$ عند النقطة $(١, ٢)$

$$ج [ص = ص(س)]$$

٢٤) اوجد معادلة المماس للمنحنى الدالة $ص = ص(س)$ عند النقطة $(١, ٢)$

$$ج [ص = ص(س)]$$

٢٥) اوجد مساحة المثلث المكون من محور السينات والمماس والعمودي عليه عند النقطة $(١, ٢)$

$$ج [ص = ص(س)]$$

٢٦) اوجد معادلة المماس للمنحنى $ص = ص(س)$ عند النقطة $(١, ٢)$

$$ج [ص = ص(س)]$$

٢٧) اثبت ان المنحنيين $ص = ص(س)$ و $ص = ص(س)$ هما مماسان عند النقطة $(١, ٢)$

$$ج [ص = ص(س)]$$

٢٨) اوجد معادلة المماس للمنحنى $ص = ص(س)$ عند النقطة $(١, ٢)$

$$ج [ص = ص(س)]$$

٢٩) اوجد معادلة المماس للمنحنى $ص = ص(س)$ عند النقطة $(١, ٢)$

$$ج [ص = ص(س)]$$

٣٠) اوجد معادلة المماس للمنحنى $ص = ص(س)$ عند النقطة $(١, ٢)$

$$ج [ص = ص(س)]$$

٣١) اوجد معادلة المماس للمنحنى $ص = ص(س)$ عند النقطة $(١, ٢)$

$$ج [ص = ص(س)]$$

(١٣)

(٢٩) إذا كان المحوري للمنحنى $\mathcal{C} = \mathcal{E}$ عند النقطة $(1, 1)$ تقطع المنحنى مرة أخرى عند نقطة \mathcal{H} . فأوجد معادلة المماس عند \mathcal{H} . $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

(٣٠) أوجد معادلة المحوري على المنحنى $\mathcal{C} = \mathcal{V} + \mathcal{W}$ عند نقطة تقاطعهم مع المستقيم $\mathcal{C} = \mathcal{W}$. $(0 = 12 - 0.7 + 0.5)$

(٣١) إذا كان ميل المماس للمنحنى $\mathcal{C} = \mathcal{W} - 1$ يساوي $\frac{1}{2}$ أوجد معادلة المماس. $(0 = 0.7 + 0.5)$

(٣٢) أوجد نقطة التقاطع على المنحنى $\mathcal{C} = \mathcal{W} - 0.7 + 0.5$ ويكون المماس عند \mathcal{H} مودياً على المستقيم $\mathcal{C} = \mathcal{V} + 0.5$. $(1, 1)$

(٣٣) أوجد معادلة المماس للمماسية للناظر $\mathcal{C} = \mathcal{W} + 0.5$ والذي يجعل كل منها على المحور السيني لمعصب نزيهية $\mathcal{C} = 0$. $[\mathcal{C} = 0.5 - 0.5 = 0]$

(٣٤) إذا كان $\mathcal{C} = \frac{1}{2} \mathcal{W} + 0.5$ فأوجد:
أولاً: قيم \mathcal{W} في الفترة $[\mathcal{C}, \mathcal{W}]$ ولها عند المماس // محور السينات
ثانياً: معادلتا المماس والمحوري للمنحنى عند تلك النقطة. (النقطة $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$)

(٣٥) إذا كان المنحنيان $\mathcal{C} = \mathcal{W} + (0.5 - \mathcal{P})$ و $\mathcal{H} = \mathcal{W} + \mathcal{P}$ تقاطعاه على القاعد. أوجد قيم \mathcal{P} . $(\mathcal{C} \pm \mathcal{P})$

(٣٦) أوجد قيم \mathcal{P} بـ \mathcal{H} طيفية \mathcal{H} يكون المنحنيان $\mathcal{C} = \mathcal{P} + 0.5$ و $\mathcal{H} = \mathcal{W} - 0.5$ متقاطعين على القاعد عند نقطة $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$. $[\frac{1}{2} = 0.5, 1 = 0.5, 1 = \mathcal{P}]$

(٣٧) أثبت أن المنحني $\mathcal{C} = \mathcal{P} + 0.5 + 0.5 \mathcal{W} + 0.5 \mathcal{P} + 0.5 \mathcal{W} + 0.5 \mathcal{P}$ يتقاطعه على القاعد عند $(1, 1)$.

(١٤)

تعدادين خاصته

راجع لإرشادات

(١) أوجد بدلالة \mathcal{P} معادلة المماس للمنحنى $\mathcal{C} = \mathcal{W} + 0.5$ عند النقطة \mathcal{H} الذي ميله $\frac{1}{2}$. حيث $0.7 - 0.5 \geq \mathcal{P}$. $(\mathcal{C} = 0.5 + 0.7)$

(٢) أوجد معادلة المماس للمنحنى $\mathcal{C} = \mathcal{W} + 0.5$ عند نقطة تقاطعهم مع محور السينات $\mathcal{C} = 0$. $(\mathcal{C} = 0.5 + 0.7)$

(٣) أوجد معادلة المماس للمنحنى $\mathcal{C} = \mathcal{W} + 0.5$ والذي يجعل كل منها على المحور السيني لمعصب نزيهية $\mathcal{C} = 0$. $\mathcal{C} = 0.5 - 0.5 = 0$

(٤) إذا قطع أي مستقيم أفقي المنحنى $\mathcal{C} = \mathcal{W} + 0.5$ في نقطتين \mathcal{P} و \mathcal{Q} أثبت أن المماسان المرسومين للمنحنى عند \mathcal{P} و \mathcal{Q} يتقاطعا على دائرة عند محور السينات.

(٥) إذا قطع المنحنى $\mathcal{C} = \mathcal{W} - 0.5 + 0.5 \mathcal{W} + 0.5 \mathcal{P}$ محور السينات في نقطتين \mathcal{P} و \mathcal{Q} . أثبت أن المماسان المرسومين للمنحنى عند \mathcal{P} و \mathcal{Q} يتقاطعا على دائرة عند محور السينات.

(٦) أوجد معادلة المماس للمنحنى $\mathcal{C} = \mathcal{W} + 0.5$ والذي يضعه في الربع الأول مع محوري الإحداثيات مثلثاً متساوي الساقين. $(\mathcal{C} = 0.5 + 0.7)$

(٧) أوجد معادلة المماس للمنحنى $\mathcal{C} = \mathcal{W} + 0.5$ والذي يضعه في الربع الأول مع محوري الإحداثيات مثلثاً متساوي الساقين.

المراجعة النهائية

ف8

الرياضيات

للمصف الثالث الثانوى

تفاضل وتكامل

تطبيقات القيم العظمى والصغرى
تطبيقات التكامل

الشيخ / سعيد بن عبد الله

" موجه أول الرياضيات "

تصنيفات المعادلات

١) إذا كان ميل المماس للنقطة (x, y) عند أي نقطة على منحنى $y = f(x)$ فإن معادلاته لنقطة (x, y) هي $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$ وإذا كان ميل المماس للنقطة (x, y) عند أي نقطة على منحنى $y = f(x)$ فإن معادلاته لنقطة (x, y) هي $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$

٢) إذا كان ميل المماس للنقطة (x, y) عند أي نقطة على منحنى $y = f(x)$ فإن معادلاته لنقطة (x, y) هي $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$ وإذا كان ميل المماس للنقطة (x, y) عند أي نقطة على منحنى $y = f(x)$ فإن معادلاته لنقطة (x, y) هي $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$

٣) إذا كان ميل المماس للنقطة (x, y) عند أي نقطة على منحنى $y = f(x)$ فإن معادلاته لنقطة (x, y) هي $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$ وإذا كان ميل المماس للنقطة (x, y) عند أي نقطة على منحنى $y = f(x)$ فإن معادلاته لنقطة (x, y) هي $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$

٤) إذا كان ميل المماس للنقطة (x, y) عند أي نقطة على منحنى $y = f(x)$ فإن معادلاته لنقطة (x, y) هي $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$ وإذا كان ميل المماس للنقطة (x, y) عند أي نقطة على منحنى $y = f(x)$ فإن معادلاته لنقطة (x, y) هي $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$

٥) إذا كان ميل المماس للنقطة (x, y) عند أي نقطة على منحنى $y = f(x)$ فإن معادلاته لنقطة (x, y) هي $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$ وإذا كان ميل المماس للنقطة (x, y) عند أي نقطة على منحنى $y = f(x)$ فإن معادلاته لنقطة (x, y) هي $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$

٦) إذا كان ميل المماس للنقطة (x, y) عند أي نقطة على منحنى $y = f(x)$ فإن معادلاته لنقطة (x, y) هي $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$ وإذا كان ميل المماس للنقطة (x, y) عند أي نقطة على منحنى $y = f(x)$ فإن معادلاته لنقطة (x, y) هي $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$

٧) إذا كان ميل المماس للنقطة (x, y) عند أي نقطة على منحنى $y = f(x)$ فإن معادلاته لنقطة (x, y) هي $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$ وإذا كان ميل المماس للنقطة (x, y) عند أي نقطة على منحنى $y = f(x)$ فإن معادلاته لنقطة (x, y) هي $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$

①۶ منحنی غیر یکنواختی در اصل واصل

المواس عن ابي نعيم عليه السلام
عن - حواء بن - اوصد معاذ بن -
 ١ - حاص

$$\frac{u^2 - v^2}{u^2 + 1} = \frac{4}{5}$$

$$u_s(u \in \mathbb{Z}_n - u \in \mathbb{Z}_n) = u_s(u \in \mathbb{Z}_n + 1) \therefore$$

ص. خصاص = $\frac{1}{2}$ ح. ص. + $\frac{1}{2}$ ح. ص.

$$1 = 0 \therefore$$

۴. معارفہ لکھنا بھی

ص - حنا ص = 5 - 1/2 حنا ص - 1

(١٧) إذا كان ميل المماس لمفحنه دالة عند أي

نقطه عليه تناسبه على مربع
الاصدائي، لانه هذه النقطة
معدلة لانه اذا علم انه يمر بالنقطة
(١٠٦) ، (١٦٢)

(۲۲) إذا كانت (س) معرفة على ح وتحتقر العلاقة د(ل) = س - ٢
د(ل + هـ) - د(ل) = (س) - ٢ = ل + هـ + ل + هـ - ٢ = ٢ل + ٢هـ - ٢
ل + هـ = ١ وجد د(س)

$$1 + 5e^c = \frac{(5) - (0+5)}{0} \lim_{x \rightarrow 0} = (5)5 \therefore$$

$$C - \sigma + \delta - \gamma = (r) \therefore$$

—E C b | 30—

$$\rightarrow 100 + 1 = 101 \therefore 0$$

$$7 + 5 + 1 + 5 + 10 + 5 + 1 = 44 \therefore 44 \div 11 = 4 \therefore \text{C} \text{ and } \text{D}$$

[illegible]

وعند بدء التسخين ($t = 0$)

$$\text{X} \quad \int \lambda \varepsilon = \int$$

مجلسه اول

(۴۲) اذا كان ميل العمودى لمنتهى عنضائى
نقطه عليه يابى - $\frac{1}{e}$ (المنضائى) اوحد

معارضة المنفعة الذي يمر بالتقطة (٢٢٠)
الطلب

∴ میل انصوری = $\frac{1}{2}$ - منفاً

∴ ميل لاس = $\frac{y}{x}$ = $\frac{2}{-3}$

∴ $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ✓

∴ $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ✓

$$ص = (1 - حواء) \times 5$$

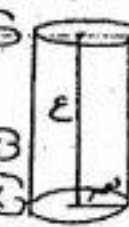
$$\therefore \omega + \omega^2 + 1 = \frac{1}{\epsilon} - \omega = 4 \therefore$$

∴ (6.1) مجموع الجارته ∴ $\hat{c} = c$

المعادلة هي: $\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$

تصنيفات لقيم العظم والصغر في الحساب ٩

المسطوات القائمة والكرة تدكران



① حجم المستطوية = مساحة القاعدة × الارتفاع
 = $\pi r^2 \times h$
 ② المساحة الجانبية = محيط القاعدة × الارتفاع = $2\pi r \times h$
 ③ المساحة الكلية = المساحة الجانبية + مجموع مساحتي القاعدة = $2\pi r \times h + 2\pi r^2$
 الكرة الحجم = $\frac{4}{3} \pi r^3$ مساحتها = $4\pi r^2$

④ إذا كان مجموع مساحة سطح كرة والمسطوة طول نصفه قطر المستطوية = طول نصف قطر الكرة
 يساوي ٢٥٠ م. أوجد طول نصف قطر المستطوية إذا كان مجموع حجميهما أكبر من ١٠٠ م.
 الحل: $\frac{4}{3} \pi r^3 + \pi r^2 h = 100$
 $\frac{4}{3} \pi r^3 + \pi r^2 h = 100$
 ⑤ إذا كان مجموع أطوال الشكل له غطاء نصف كروي مستقيم مع المستطوية في نصف قطر وكانت المساحة الكلية للغطاء = ٨٠ م. أوجد أكبر مساحتين للغطاء.

الحل: $\frac{4}{3} \pi r^3 + \pi r^2 h = 100$
 ① مجموع مساحته = $\frac{4}{3} \pi r^3 + \pi r^2 h = 100$
 ② المساحة الكلية = $\frac{4}{3} \pi r^3 + \pi r^2 h = 100$
 ③ المساحة الكلية = $\frac{4}{3} \pi r^3 + \pi r^2 h = 100$
 ④ المساحة الكلية = $\frac{4}{3} \pi r^3 + \pi r^2 h = 100$
 ⑤ المساحة الكلية = $\frac{4}{3} \pi r^3 + \pi r^2 h = 100$

وبالتعويض في ①: $\frac{4}{3} \pi r^3 + \pi r^2 h = 100$
 ② المساحة الكلية = $\frac{4}{3} \pi r^3 + \pi r^2 h = 100$
 ③ المساحة الكلية = $\frac{4}{3} \pi r^3 + \pi r^2 h = 100$
 ④ المساحة الكلية = $\frac{4}{3} \pi r^3 + \pi r^2 h = 100$
 ⑤ المساحة الكلية = $\frac{4}{3} \pi r^3 + \pi r^2 h = 100$

وبالتعويض في ②: $\frac{4}{3} \pi r^3 + \pi r^2 h = 100$
 أكبر مساحتين للغطاء عندما يكون نصفه = ٦٤ م.
 وبالتعويض في ③: $\frac{4}{3} \pi r^3 + \pi r^2 h = 100$
 أكبر مساحتين للغطاء عندما يكون نصفه = ٦٤ م.

المسطوات القائمة والكرة

④ صفية من المعبر مساحتها ٦٤ م. أوجد عمل منطوق المستوية قائمة مقلقة لوجه أكبر من المستوية القائمة

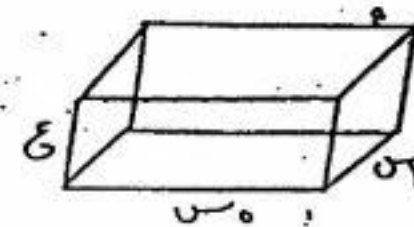
الحل: $\frac{4}{3} \pi r^3 + \pi r^2 h = 100$
 ① المساحة الكلية = $\frac{4}{3} \pi r^3 + \pi r^2 h = 100$
 ② المساحة الكلية = $\frac{4}{3} \pi r^3 + \pi r^2 h = 100$
 ③ المساحة الكلية = $\frac{4}{3} \pi r^3 + \pi r^2 h = 100$
 ④ المساحة الكلية = $\frac{4}{3} \pi r^3 + \pi r^2 h = 100$
 ⑤ المساحة الكلية = $\frac{4}{3} \pi r^3 + \pi r^2 h = 100$

وبالتعويض في ①: $\frac{4}{3} \pi r^3 + \pi r^2 h = 100$
 ② المساحة الكلية = $\frac{4}{3} \pi r^3 + \pi r^2 h = 100$
 ③ المساحة الكلية = $\frac{4}{3} \pi r^3 + \pi r^2 h = 100$
 ④ المساحة الكلية = $\frac{4}{3} \pi r^3 + \pi r^2 h = 100$
 ⑤ المساحة الكلية = $\frac{4}{3} \pi r^3 + \pi r^2 h = 100$

وبالتعويض في ②: $\frac{4}{3} \pi r^3 + \pi r^2 h = 100$
 أكبر مساحتين للغطاء عندما يكون نصفه = ٦٤ م.
 وبالتعويض في ③: $\frac{4}{3} \pi r^3 + \pi r^2 h = 100$
 أكبر مساحتين للغطاء عندما يكون نصفه = ٦٤ م.

وبالتعويض في ④: $\frac{4}{3} \pi r^3 + \pi r^2 h = 100$
 أكبر مساحتين للغطاء عندما يكون نصفه = ٦٤ م.
 وبالتعويض في ⑤: $\frac{4}{3} \pi r^3 + \pi r^2 h = 100$
 أكبر مساحتين للغطاء عندما يكون نصفه = ٦٤ م.

٥ متوازي مستطيلات مساحة سطحها ٢٦٠ م^٢ والنسبة
بين طولها، عرضها، وارتفاعها ٢ : ٥ : ١٠
المستطيلات



نفسه الخ
نفسه الخ
وان ارتفاعه = $10x$

$$260 = 2 \times 5 \times 10 \times x \quad \text{--- (1)}$$

$$260 = 100x \quad \text{--- (2)}$$

مجموع مساحات ارجعة الستة = ٢٦٠

$$260 = 2 \times 5 \times 10 \times x + 2 \times 5 \times 10 \times x + 2 \times 5 \times 10 \times x$$

$$180 = 10x + 10x + 10x$$

$$180 = 30x \quad \text{--- (3)}$$

وبالتعويض في (1)

$$260 = 100x \quad \text{--- (4)}$$

$$260 = \frac{10 \times 10}{2} \times x - \frac{10 \times 10}{8} \times x$$

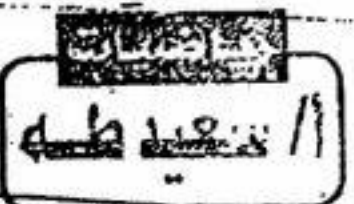
$$\frac{260}{x} = \frac{100}{2} - \frac{125}{8} \quad \text{--- (5)}$$

$$\frac{260}{x} = \frac{100}{2} - \frac{125}{8} \quad \text{--- (6)}$$

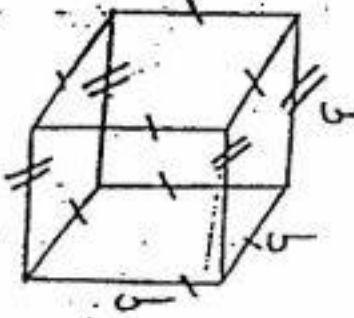
$$\frac{260}{x} = \frac{100}{2} - \frac{125}{8} \quad \text{--- (7)}$$

ح يكون أكبر ما يمكن عندما $x = 2$
ومن (5) $260 = 100x$: ابعاد الجسم $4 : 10 : 20$ الحجم = ١٦٠٠

نذكر ان
حجم متوازي المستطيلات = طول \times عرض \times الارتفاع
مساحة الجانبيته = محيط القاعدة \times الارتفاع
المساحة الكلية = المساحة الجانبيته + مساحة القاعدة



٦ متوازي مستطيلات قاعدة مربعة ومجموع أطوال
أحرفه جميعها ٢٠٠ - اوجد أبعاد المتوازي عندما
يكون حجمه أكبر ما يمكن



نفسه الخ
نفسه الخ
وان حجمه = x^3

$$200 = 4x + 4x + 4x \quad \text{--- (1)}$$

$$200 = 12x$$

$$16.67 = x$$

$$16.67 = x \quad \text{--- (2)}$$

وبالتعويض في (1) ينتج أن :-

$$x = 16.67$$

$$x = 16.67$$

$$\frac{200}{x} = \frac{100}{2} - \frac{125}{8} \quad \text{--- (3)}$$

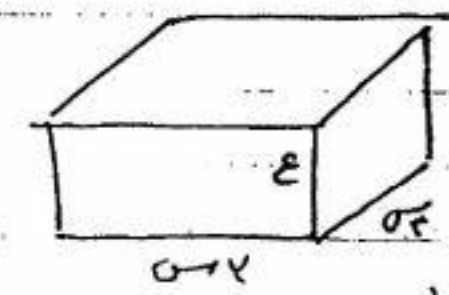
$$\frac{200}{x} = \frac{100}{2} - \frac{125}{8} \quad \text{--- (4)}$$

$$\frac{200}{x} = \frac{100}{2} - \frac{125}{8} \quad \text{--- (5)}$$

ح يكون أكبر ما يمكن عندما $x = 16.67$
وبالتعويض في (5) : $200 = 12x$: ابعاد المتوازي المستطيلات $16.67 : 16.67 : 16.67$

ملاحظة : يكون حجم متوازي المستطيلات أكبر ما يمكن عندما يصبح مكعباً

٥) متوازي مستطيلات حجم ١٨ م^٣ والنسبة بين بعدى قاعدته ٣:٢ أوجد البعد الثالث لكل من مساحته وإحدى أصفها عليه.



نقضي البعدى لقاعدة $3x \times 2x = 6x^2$
والارتفاع $= x$
الحجم $= 18 = 6x^2 \times x$

$$18 = 6x^3 \Rightarrow x^3 = \frac{18}{6} = 3 \Rightarrow x = \sqrt[3]{3}$$

المساحة لإحدى = $3 =$ المساحة الجانبية + مساحة لقاعدتيه
= $6x^2 + 2 \times 3x \times x = 6x^2 + 6x^2 = 12x^2$

$$3 = 12x^2 \Rightarrow x^2 = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

بالتعويض عن x في (١) $3 = 12 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 12 \times \frac{1}{4} = 3$

$$3 = 12 \times \frac{1}{4} = 3$$

٢ تكون أصغر ما يمكن عندما $\frac{1}{x} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2$

٣ تكون أصغر ما يمكن عندما $\frac{1}{x} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2$

والحد لـ $\frac{1}{x}$ $\frac{1}{2} = \frac{1}{x} \Rightarrow x = 2$

٨) يراد صنع صندوق مغلق على شكل متوازي مستطيلات حجمه ٢٠٠ م^٣ وذى قاعدة مربعة وتكلف الجوانب ٥ جنيهات لكل متر مربع وتكلف القواعد ١٢ جنيهات لكل متر مربع أوجد الأبعاد الاقتصادية للصندوق



لتكن الأبعاد (متر) x, x, h
مساحة القاعدة $= x^2$
مساحة الجوانب $= 4xh$
الحجم $= x^2 h = 200$
مساحة الجوانب $= 4xh$
مساحة القاعدة $= x^2$



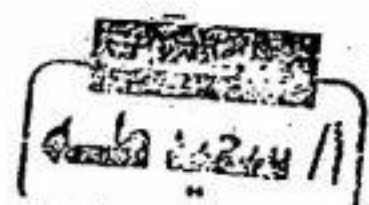
$$200 = x^2 h \Rightarrow h = \frac{200}{x^2}$$

$$C = 4xh + x^2 = 4x \left(\frac{200}{x^2}\right) + x^2 = \frac{800}{x} + x^2$$

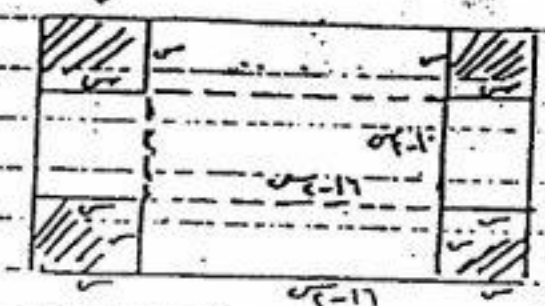
$$C' = -\frac{800}{x^2} + 2x = 0 \Rightarrow 2x = \frac{800}{x^2} \Rightarrow 2x^3 = 800 \Rightarrow x^3 = 400 \Rightarrow x = \sqrt[3]{400}$$

$$x = \sqrt[3]{400} \approx 7.37$$

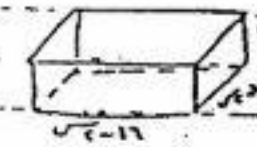
الأبعاد الاقتصادية للصندوق $7.37, 7.37, 3.74$



٩ صفحتين بعدد صفحتين متساوية لهما ١٦٦ صفحة من أوراق اربعة مربعات
متساوية ثم قُطعت الاجزاء الباقية لتكون صندوقاً مفتوحاً ، ارجو طول
ضلع المربع المقطوع ليكون حجم الصندوق اكبر ما يمكن



نفرض ان طول ضلع المربع المقطوع = x
البار (الصندوق) = y
الارتفاع = z
من $x = 2y$ (لأنه $2y = 166$)
 $x = 166 - 2y = 166 - 2x$
 $3x = 166$
 $x = 55.33$
 $y = 27.66$
 $z = 13.83$

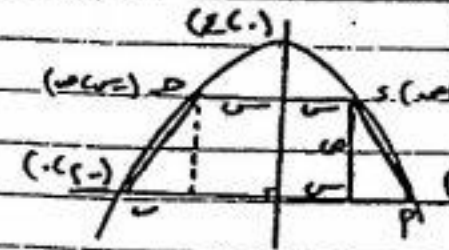


حجم الصندوق = $x \cdot y \cdot z$
 $= 55.33 \cdot 27.66 \cdot 13.83$
 $= 21000$
الارتفاع = z
الطول = x
العرض = y
الارتفاع = z
الطول = x
العرض = y
الارتفاع = z
الطول = x
العرض = y
الارتفاع = z

حجم الصندوق يكون اكبر ما يمكن يكون طول ضلع المربع المقطوع = x

تمارين متنوعة

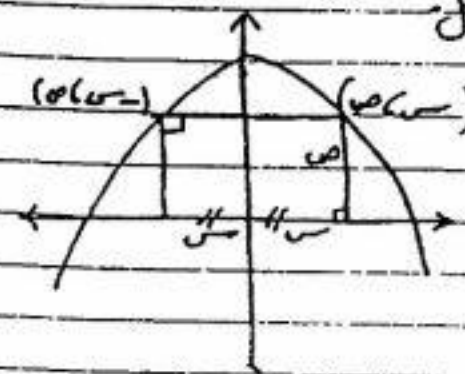
١٠ المنحنى $y = x^2 - 4x + 5$ يقطع محور السينات في نقطتين A و B ، حيث A الى يسار B ، اوجد
مساحة المثلث المكون من A و B والنقطة $C(0,5)$ على محور y



نقطة $A(1,0)$ و $B(3,0)$ و $C(0,5)$
مساحة المثلث = $\frac{1}{2} \cdot \text{القاعدة} \cdot \text{الارتفاع}$
 $= \frac{1}{2} \cdot (3-1) \cdot 5$
 $= 5$



١١ من اجل تقعر المنحنى $y = x^2 - 4x + 5$ و ان A و B هما نقطتان على المنحنى
حيث A الى يسار B ، اوجد اقل مسافة بين A و B

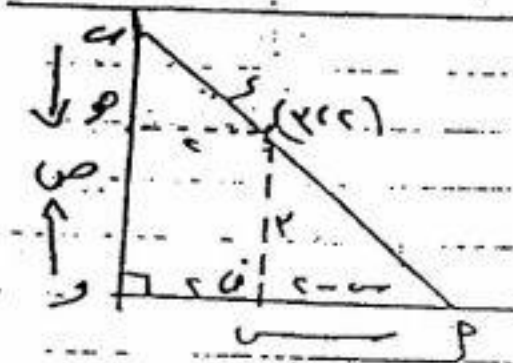


نقطة $A(1,0)$ و $B(3,0)$
مسافة بين A و B = $\sqrt{(3-1)^2 + (0-0)^2}$
 $= \sqrt{4}$
 $= 2$

(١٩)

المستقيمة

١٤) مستقيم يمر بالنقطة (٢، ٢) ويقطع المحاور الموجبة لمحور السينات في P والمحور الموجب لمحور الصادات في B. أثبت انه أصغر مساحة للمثلث OBP = ١٢ وحدة مربعة. حيث (O) نقطة الأصل.



المطلوب

المستقيم يمر بالنقطة (٢، ٢) ويقطع المحاور الموجبة لمحور السينات في P والمحور الموجب لمحور الصادات في B.

المثلث OBP = ١٢ وحدة مربعة.

المثلث OBP = ١٢ وحدة مربعة.

المثلث OBP = ١٢ وحدة مربعة.

المثلث OBP = ١٢ وحدة مربعة.

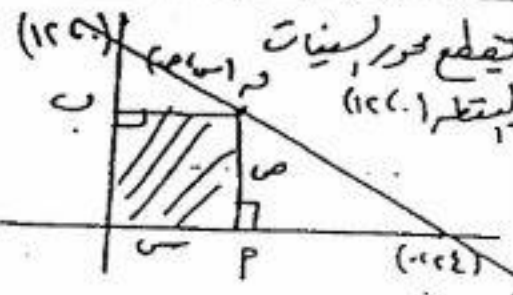
المثلث OBP = ١٢ وحدة مربعة.

المثلث OBP = ١٢ وحدة مربعة.

(١١)

المستقيمة

١٥) نقطة على المستقيم $x = 4 - y$ من شكل مستطيلان P و M و Q على المحورين. أثبت انه أكبر مساحة للمستطيل P و M تساوي ٧٢ وحدة مربعة، اما نقطة الأصل.



المستقيم $x = 4 - y$ من شكل مستطيلان P و M و Q على المحورين. أثبت انه أكبر مساحة للمستطيل P و M تساوي ٧٢ وحدة مربعة، اما نقطة الأصل.

المستقيم $x = 4 - y$ من شكل مستطيلان P و M و Q على المحورين. أثبت انه أكبر مساحة للمستطيل P و M تساوي ٧٢ وحدة مربعة، اما نقطة الأصل.

المستقيم $x = 4 - y$ من شكل مستطيلان P و M و Q على المحورين. أثبت انه أكبر مساحة للمستطيل P و M تساوي ٧٢ وحدة مربعة، اما نقطة الأصل.

٢١

١٦) مجموع محيطي مربع ودائرة ٢٠. أو لهما طول ٢٠. قسم إلى جزأين، تسمى الأول على شكل مربع والثاني على شكل دائرة.

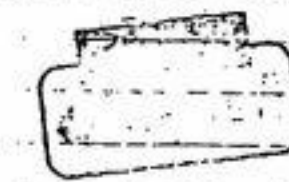
اشيت انك طول ضلع المربع = طول قطر الدائرة
عندما يكون مجموع مساحتهما أقل ما يمكن



نفرض ان طول ضلع المربع = x
محيطه = $4x$
طول نصف قطر الدائرة = $\frac{x}{2}$

محيط الدائرة = $2\pi \times \frac{x}{2} = \pi x$
مجموع المساحتين = $x^2 + \pi \left(\frac{x}{2}\right)^2 = 20$

المعادلة = $x^2 + \frac{\pi x^2}{4} = 20$
عندما $x = 4$ ، $x^2 = 16$ ، $\frac{\pi x^2}{4} = 4\pi \approx 12.56$



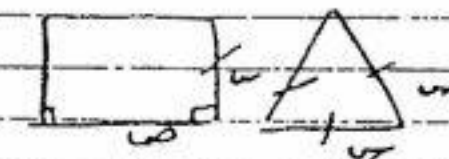
بالكيفية من ١ في ١
ن = $\frac{20}{4 + \pi} \approx 2.8$

ن = $\frac{20}{4 + \pi} \approx 2.8$
عندما $x = 2.8$ ، $x^2 = 7.84$ ، $\frac{\pi x^2}{4} = 6.16$

ن = $\frac{20}{4 + \pi} \approx 2.8$
عندما $x = 2.8$ ، $x^2 = 7.84$ ، $\frac{\pi x^2}{4} = 6.16$

ن = $\frac{20}{4 + \pi} \approx 2.8$
عندما $x = 2.8$ ، $x^2 = 7.84$ ، $\frac{\pi x^2}{4} = 6.16$

١٧) لهما طول ٨. قسم إلى جزأين، الأول على شكل مثلث متساوي الساقين والثاني على شكل مستطيل. أطوال ضلعي المثلث = طول ضلع المستطيل. اوجد طول كل جزء ليكون مجموع المساحتين أكبر ما يمكن



نفرض ان طول ضلع المثلث = x
محيطه = $3x$
نقصره إلى مستطيل x و x

محيطه = $3x$
مجموع المساحتين = $\frac{1}{2}x^2 + x^2 = 8$

عندما $x = 4$ ، $\frac{1}{2}x^2 = 8$ ، $x^2 = 16$

$$x^2 + \frac{1}{2}x^2 = 8 \Rightarrow \frac{3}{2}x^2 = 8 \Rightarrow x^2 = \frac{16}{3} \Rightarrow x = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

٢٢



١٨) بالتعريف ١
٢٠ = $\frac{1}{2}x^2 + x^2$

عندما $x = 4$ ، $\frac{1}{2}x^2 = 8$ ، $x^2 = 16$

عندما $x = 4$ ، $\frac{1}{2}x^2 = 8$ ، $x^2 = 16$

عندما $x = 4$ ، $\frac{1}{2}x^2 = 8$ ، $x^2 = 16$

عندما $x = 4$ ، $\frac{1}{2}x^2 = 8$ ، $x^2 = 16$

عندما $x = 4$ ، $\frac{1}{2}x^2 = 8$ ، $x^2 = 16$

عندما $x = 4$ ، $\frac{1}{2}x^2 = 8$ ، $x^2 = 16$

عندما $x = 4$ ، $\frac{1}{2}x^2 = 8$ ، $x^2 = 16$

عندما $x = 4$ ، $\frac{1}{2}x^2 = 8$ ، $x^2 = 16$

عندما $x = 4$ ، $\frac{1}{2}x^2 = 8$ ، $x^2 = 16$

عندما $x = 4$ ، $\frac{1}{2}x^2 = 8$ ، $x^2 = 16$

عندما $x = 4$ ، $\frac{1}{2}x^2 = 8$ ، $x^2 = 16$

عندما $x = 4$ ، $\frac{1}{2}x^2 = 8$ ، $x^2 = 16$

عندما $x = 4$ ، $\frac{1}{2}x^2 = 8$ ، $x^2 = 16$

عندما $x = 4$ ، $\frac{1}{2}x^2 = 8$ ، $x^2 = 16$

عندما $x = 4$ ، $\frac{1}{2}x^2 = 8$ ، $x^2 = 16$

٢٤) نافذة على شكل مستطيل بعرضه ٢٢ متر وأعلىها مثلث قائم الزاوية
الضلع العمودي للمثلث. فإذا كان محيط النافذة ٢٢٠ متر. أوجد بعدي
المستطيل عندما تكون مساحته النافذة أكبر ما يمكن.



نفرض أن بعدي المستطيل هما x و y
محيط النافذة = $2x + 2y + 22 = 220$
مساحة النافذة = $xy + \frac{1}{2} \times 22 \times y$
١) $x + y = 49$
٢) $xy + 11y = 100$
وبالتعويض عن x من المعادلة ١ في المعادلة ٢
 $y(49 - y) + 11y = 100$
 $49y - y^2 + 11y = 100$
 $-y^2 + 60y - 100 = 0$
 $y^2 - 60y + 100 = 0$

$$\frac{y^2 - 60y + 100}{y^2 - 60y + 100} = \frac{y^2 - 60y + 100}{y^2 - 60y + 100}$$

$$\frac{y^2 - 60y + 100}{y^2 - 60y + 100} = \frac{y^2 - 60y + 100}{y^2 - 60y + 100}$$

$$\frac{y^2 - 60y + 100}{y^2 - 60y + 100} = \frac{y^2 - 60y + 100}{y^2 - 60y + 100}$$

$$\frac{y^2 - 60y + 100}{y^2 - 60y + 100} = \frac{y^2 - 60y + 100}{y^2 - 60y + 100}$$

$$\frac{y^2 - 60y + 100}{y^2 - 60y + 100} = \frac{y^2 - 60y + 100}{y^2 - 60y + 100}$$

$$\frac{y^2 - 60y + 100}{y^2 - 60y + 100} = \frac{y^2 - 60y + 100}{y^2 - 60y + 100}$$

$$\frac{y^2 - 60y + 100}{y^2 - 60y + 100} = \frac{y^2 - 60y + 100}{y^2 - 60y + 100}$$

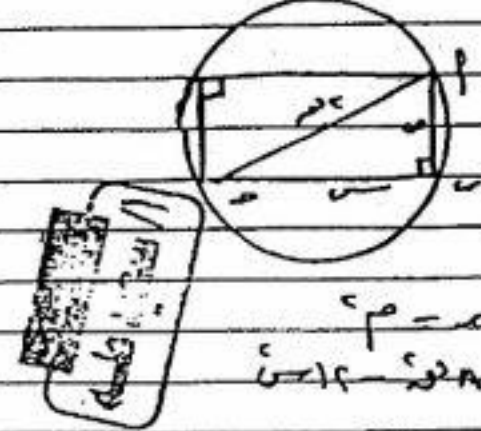
$$\frac{y^2 - 60y + 100}{y^2 - 60y + 100} = \frac{y^2 - 60y + 100}{y^2 - 60y + 100}$$

$$\frac{y^2 - 60y + 100}{y^2 - 60y + 100} = \frac{y^2 - 60y + 100}{y^2 - 60y + 100}$$

$$\frac{y^2 - 60y + 100}{y^2 - 60y + 100} = \frac{y^2 - 60y + 100}{y^2 - 60y + 100}$$

$$\frac{y^2 - 60y + 100}{y^2 - 60y + 100} = \frac{y^2 - 60y + 100}{y^2 - 60y + 100}$$

٢٥) أوجد البعد الأكبر للمستطيل عندما يكون محيطه ٢٢٠ متر وأعلىها مثلث قائم الزاوية
الضلع العمودي للمثلث.



نفرض أن بعدي المستطيل هما x و y
١) $x + y = 49$
٢) $xy + 11y = 100$
وبالتعويض عن x من المعادلة ١ في المعادلة ٢
 $y(49 - y) + 11y = 100$
 $49y - y^2 + 11y = 100$
 $-y^2 + 60y - 100 = 0$
 $y^2 - 60y + 100 = 0$

وبالتعويض عن y من المعادلة ٢ في المعادلة ١
 $x + y = 49$
 $x + 10 = 49$
 $x = 39$
وبالتعويض عن x من المعادلة ١ في المعادلة ٢
 $xy + 11y = 100$
 $39y + 11y = 100$
 $50y = 100$
 $y = 2$
وبالتعويض عن y من المعادلة ١ في المعادلة ٢
 $x + y = 49$
 $x + 2 = 49$
 $x = 47$

٢٦) أوجد البعد الأكبر للمستطيل عندما يكون محيطه ٢٢٠ متر وأعلىها مثلث قائم الزاوية
الضلع العمودي للمثلث.



نفرض أن بعدي المستطيل هما x و y
١) $x + y = 49$
٢) $xy + 11y = 100$
وبالتعويض عن x من المعادلة ١ في المعادلة ٢
 $y(49 - y) + 11y = 100$
 $49y - y^2 + 11y = 100$
 $-y^2 + 60y - 100 = 0$
 $y^2 - 60y + 100 = 0$

$$\frac{y^2 - 60y + 100}{y^2 - 60y + 100} = \frac{y^2 - 60y + 100}{y^2 - 60y + 100}$$

$$\frac{y^2 - 60y + 100}{y^2 - 60y + 100} = \frac{y^2 - 60y + 100}{y^2 - 60y + 100}$$

$$\frac{y^2 - 60y + 100}{y^2 - 60y + 100} = \frac{y^2 - 60y + 100}{y^2 - 60y + 100}$$

$$\frac{y^2 - 60y + 100}{y^2 - 60y + 100} = \frac{y^2 - 60y + 100}{y^2 - 60y + 100}$$

$$\frac{y^2 - 60y + 100}{y^2 - 60y + 100} = \frac{y^2 - 60y + 100}{y^2 - 60y + 100}$$

٣٠

٢٨) اوجد نقطة على المنحنى $5x^2 + 4y^2 = 20$ تكون اقرب ما يمكن
للمنطقة (٠.٦٣)

الحل

نذكر ان
اذ كانت $P = (x, y)$ ، $Q = (0, 2)$
فان المسافة $PQ = \sqrt{(x-0)^2 + (y-2)^2}$

نريد ان نجد القيمة الدنيا لـ PQ ،
نلاحظ ان $PQ^2 = (x-0)^2 + (y-2)^2$

١) $5x^2 + 4y^2 = 20$ ، $5x^2 = 20 - 4y^2$ ، $x^2 = 4 - \frac{2}{5}y^2$
نضع $x^2 = 4 - \frac{2}{5}y^2$ في PQ^2 ،
فنحصل $PQ^2 = 4 - \frac{2}{5}y^2 + (y-2)^2$
نحسب $\frac{d(PQ^2)}{dy} = -\frac{4}{5}y + 2(y-2) = 0$
فنحصل $-\frac{4}{5}y + 2y - 4 = 0$ ، $\frac{6}{5}y = 4$ ، $y = \frac{10}{3}$
نحسب x من $5x^2 + 4y^2 = 20$ ،
فنحصل $5x^2 + 4(\frac{10}{3})^2 = 20$ ، $5x^2 = 20 - \frac{400}{9}$ ، $x^2 = \frac{20 - \frac{400}{9}}{5}$ ، $x = \pm \frac{\sqrt{20 - \frac{400}{9}}}{\sqrt{5}}$

نحسب PQ عند $y = \frac{10}{3}$ ،
فنحصل $PQ = \sqrt{4 - \frac{2}{5}(\frac{10}{3})^2 + (\frac{10}{3} - 2)^2} = \sqrt{4 - \frac{40}{9} + \frac{64}{9}} = \sqrt{\frac{28}{9}} = \frac{2\sqrt{7}}{3}$

نلاحظ ان PQ هي المسافة الدنيا ،
فنحصل $PQ = \frac{2\sqrt{7}}{3}$

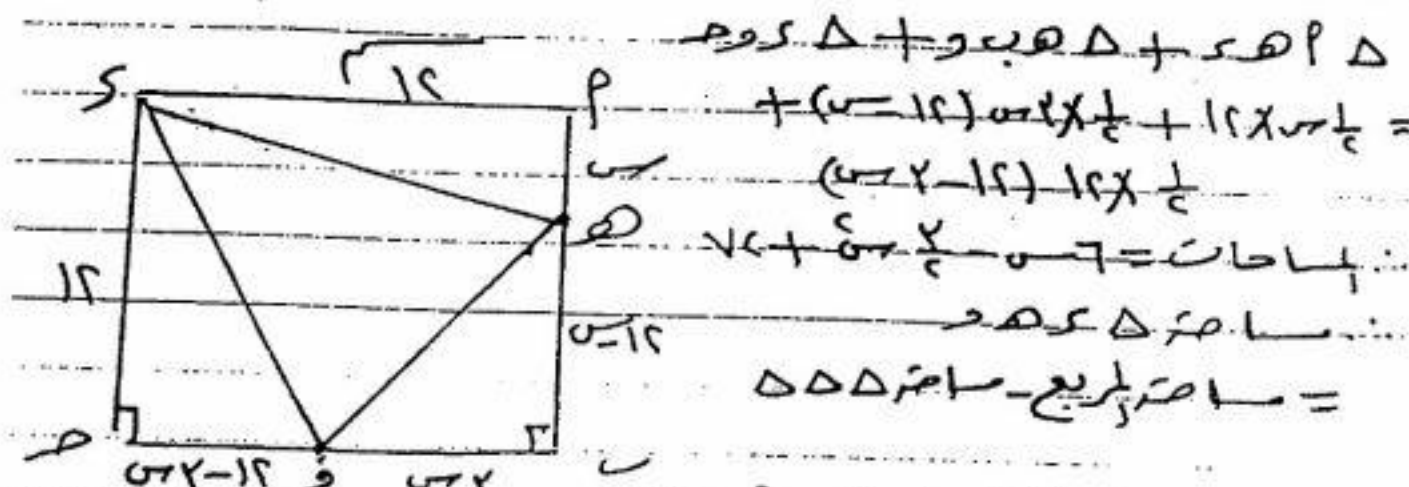
نلاحظ ان PQ هي المسافة الدنيا ،
فنحصل $PQ = \frac{2\sqrt{7}}{3}$

نلاحظ ان PQ هي المسافة الدنيا ،
فنحصل $PQ = \frac{2\sqrt{7}}{3}$

نلاحظ ان PQ هي المسافة الدنيا ،
فنحصل $PQ = \frac{2\sqrt{7}}{3}$

٢٩

٢٧) اوجد مربع طول ضلع AB ، اخذت P على AC ،
حيث $B = 2$ ، $AP = 2$ ،
اوجدت ان ΔABC هو مثلث قائم الزاوية عند A



١) $AB = 2$ ، $AP = 2$ ،
نلاحظ ان ΔABC هو مثلث قائم الزاوية عند A ،
فنحصل $AB^2 = AC^2 + BC^2$ ،
نحسب AC من $AP = 2$ ،
فنحصل $AC = 2$ ،
نحسب BC من $AB = 2$ ،
فنحصل $BC = 2$ ،
نحسب المساحة من $AB = 2$ ،
فنحصل $\text{المساحة} = \frac{1}{2} \times AB \times AC = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$

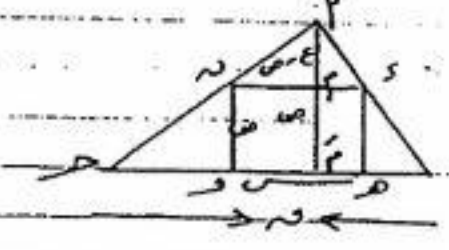
نلاحظ ان ΔABC هو مثلث قائم الزاوية عند A ،
فنحصل $AB^2 = AC^2 + BC^2$ ،
نحسب AC من $AP = 2$ ،
فنحصل $AC = 2$ ،
نحسب BC من $AB = 2$ ،
فنحصل $BC = 2$ ،
نحسب المساحة من $AB = 2$ ،
فنحصل $\text{المساحة} = \frac{1}{2} \times AB \times AC = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$

٢٩) إذا علم أن قوة احتمال قطعتة خشبية مقطوعة على سطحين متباينين مع حاصل ضرب أحد بعدي الاستطيل في مربع بعدي الآخر أوجد بعدي المقطع لقطعتة خشبية ذات أكبر قوة احتمال يمكن استغلالها من جنح شجرة على شكل دائرة ذات قاعدة طول قطرها ١٠



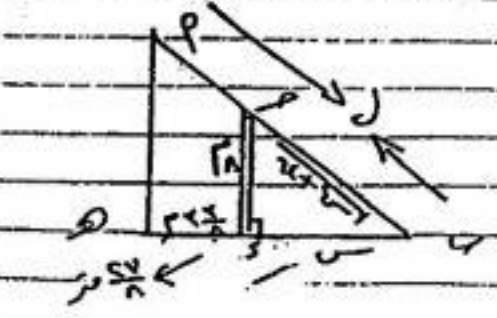
٣٠) نفرض أنه بعدي الاستطيل x و y وقوة التحمل $P = x^2 y$ ونفرض أن $x = 10 - y$
 ١) $P = (10 - y)^2 y$
 ٢) $P = (100 - 20y + y^2)y = 100y - 20y^2 + y^3$
 ٣) $P' = 100 - 40y + 3y^2$
 ٤) $100 - 40y + 3y^2 = 0$
 ٥) $3y^2 - 40y + 100 = 0$
 ٦) $y = \frac{40 \pm \sqrt{1600 - 1200}}{6} = \frac{40 \pm \sqrt{400}}{6} = \frac{40 \pm 20}{6}$
 ٧) $y = \frac{60}{6} = 10$ أو $y = \frac{20}{6} = \frac{10}{3}$
 ٨) $y = 10$ غير مقبولة لأن $x = 0$
 ٩) $y = \frac{10}{3}$
 ١٠) $x = 10 - \frac{10}{3} = \frac{20}{3}$
 ١١) $P = \left(\frac{20}{3}\right)^2 \left(\frac{10}{3}\right) = \frac{8000}{27}$
 ١٢) $P = \frac{8000}{27}$
 ١٣) $P = \frac{8000}{27}$
 ١٤) $P = \frac{8000}{27}$
 ١٥) $P = \frac{8000}{27}$
 ١٦) $P = \frac{8000}{27}$
 ١٧) $P = \frac{8000}{27}$
 ١٨) $P = \frac{8000}{27}$
 ١٩) $P = \frac{8000}{27}$
 ٢٠) $P = \frac{8000}{27}$

٢٠) أثبت أنه مساحة أكبر مستطيل يمكن رسمه داخل مثلث بحيث يقع رأساه منته على قاعدة المثلث والآخران على الضلعين الآخرين للمثلث تساوي نصف مساحة المثلث



٢١) نفرض أن x هو طول قاعدة المستطيل و y هو ارتفاع المثلث والارتفاع h
 ١) $h = \frac{4}{3}$
 ٢) $h = \frac{4}{3}$
 ٣) $h = \frac{4}{3}$
 ٤) $h = \frac{4}{3}$
 ٥) $h = \frac{4}{3}$
 ٦) $h = \frac{4}{3}$
 ٧) $h = \frac{4}{3}$
 ٨) $h = \frac{4}{3}$
 ٩) $h = \frac{4}{3}$
 ١٠) $h = \frac{4}{3}$
 ١١) $h = \frac{4}{3}$
 ١٢) $h = \frac{4}{3}$
 ١٣) $h = \frac{4}{3}$
 ١٤) $h = \frac{4}{3}$
 ١٥) $h = \frac{4}{3}$
 ١٦) $h = \frac{4}{3}$
 ١٧) $h = \frac{4}{3}$
 ١٨) $h = \frac{4}{3}$
 ١٩) $h = \frac{4}{3}$
 ٢٠) $h = \frac{4}{3}$

٢١) خذ الخشب رأسه ارتفاعه ٨ متر ويوجد $\frac{1}{2}$ متر عن أحد المنازل أوجد طول اقصر يسلم يصل من الأرض إلى المنزل مركزه على طاقم المنزل



نفرض أن طول السلم x
 ١) $x = \sqrt{8^2 + 0.5^2}$
 ٢) $x = \sqrt{64 + 0.25}$
 ٣) $x = \sqrt{64.25}$
 ٤) $x = \sqrt{64.25}$
 ٥) $x = \sqrt{64.25}$
 ٦) $x = \sqrt{64.25}$
 ٧) $x = \sqrt{64.25}$
 ٨) $x = \sqrt{64.25}$
 ٩) $x = \sqrt{64.25}$
 ١٠) $x = \sqrt{64.25}$
 ١١) $x = \sqrt{64.25}$
 ١٢) $x = \sqrt{64.25}$
 ١٣) $x = \sqrt{64.25}$
 ١٤) $x = \sqrt{64.25}$
 ١٥) $x = \sqrt{64.25}$
 ١٦) $x = \sqrt{64.25}$
 ١٧) $x = \sqrt{64.25}$
 ١٨) $x = \sqrt{64.25}$
 ١٩) $x = \sqrt{64.25}$
 ٢٠) $x = \sqrt{64.25}$

٢٢) $x = \sqrt{64.25}$
 ٢٣) $x = \sqrt{64.25}$
 ٢٤) $x = \sqrt{64.25}$
 ٢٥) $x = \sqrt{64.25}$
 ٢٦) $x = \sqrt{64.25}$
 ٢٧) $x = \sqrt{64.25}$
 ٢٨) $x = \sqrt{64.25}$
 ٢٩) $x = \sqrt{64.25}$
 ٣٠) $x = \sqrt{64.25}$

٢٣) $x = \sqrt{64.25}$
 ٢٤) $x = \sqrt{64.25}$
 ٢٥) $x = \sqrt{64.25}$
 ٢٦) $x = \sqrt{64.25}$
 ٢٧) $x = \sqrt{64.25}$
 ٢٨) $x = \sqrt{64.25}$
 ٢٩) $x = \sqrt{64.25}$
 ٣٠) $x = \sqrt{64.25}$

٢٤) $x = \sqrt{64.25}$
 ٢٥) $x = \sqrt{64.25}$
 ٢٦) $x = \sqrt{64.25}$
 ٢٧) $x = \sqrt{64.25}$
 ٢٨) $x = \sqrt{64.25}$
 ٢٩) $x = \sqrt{64.25}$
 ٣٠) $x = \sqrt{64.25}$

٢٥) $x = \sqrt{64.25}$
 ٢٦) $x = \sqrt{64.25}$
 ٢٧) $x = \sqrt{64.25}$
 ٢٨) $x = \sqrt{64.25}$
 ٢٩) $x = \sqrt{64.25}$
 ٣٠) $x = \sqrt{64.25}$

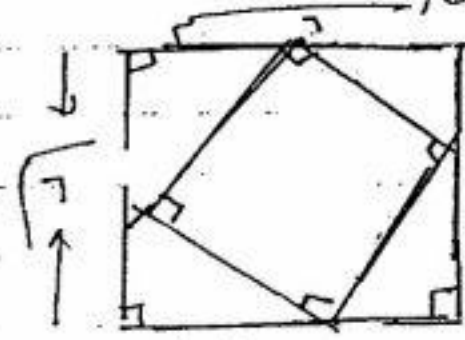
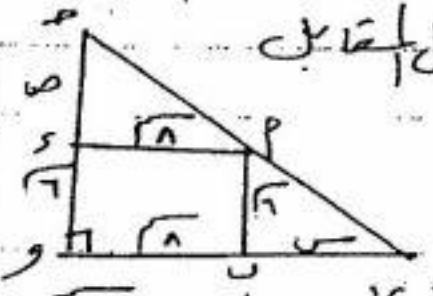
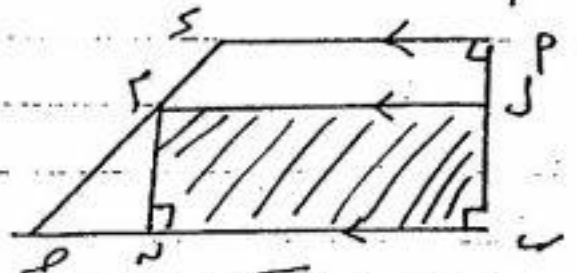
٢٦) $x = \sqrt{64.25}$
 ٢٧) $x = \sqrt{64.25}$
 ٢٨) $x = \sqrt{64.25}$
 ٢٩) $x = \sqrt{64.25}$
 ٣٠) $x = \sqrt{64.25}$

٢٧) $x = \sqrt{64.25}$
 ٢٨) $x = \sqrt{64.25}$
 ٢٩) $x = \sqrt{64.25}$
 ٣٠) $x = \sqrt{64.25}$

في الشكل المقابل

في الشكل المقابل

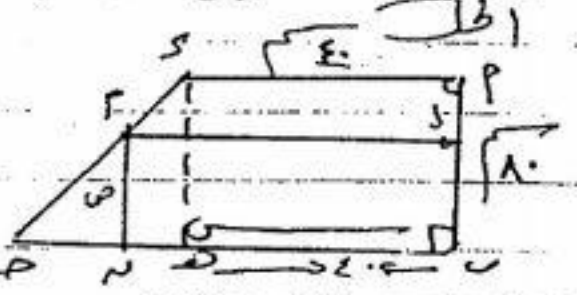
في الشكل المقابل



أوجد مساحة المثلث PQR
 ١٠ = ١٠
 ٦ = ٦
 ٤ = ٤
 ٢ = ٢

أوجد مساحة المثلث PQR
 ١٠ = ١٠
 ٦ = ٦
 ٤ = ٤
 ٢ = ٢

أوجد مساحة المثلث PQR
 ١٠ = ١٠
 ٦ = ٦
 ٤ = ٤
 ٢ = ٢



أوجد مساحة المثلث PQR
 ١٠ = ١٠
 ٦ = ٦
 ٤ = ٤
 ٢ = ٢

أوجد مساحة المثلث PQR
 ١٠ = ١٠
 ٦ = ٦
 ٤ = ٤
 ٢ = ٢

أوجد مساحة المثلث PQR
 ١٠ = ١٠
 ٦ = ٦
 ٤ = ٤
 ٢ = ٢

أوجد مساحة المثلث PQR
 ١٠ = ١٠
 ٦ = ٦
 ٤ = ٤
 ٢ = ٢

أوجد مساحة المثلث PQR
 ١٠ = ١٠
 ٦ = ٦
 ٤ = ٤
 ٢ = ٢

أوجد مساحة المثلث PQR
 ١٠ = ١٠
 ٦ = ٦
 ٤ = ٤
 ٢ = ٢

أوجد مساحة المثلث PQR
 ١٠ = ١٠
 ٦ = ٦
 ٤ = ٤
 ٢ = ٢

أوجد مساحة المثلث PQR
 ١٠ = ١٠
 ٦ = ٦
 ٤ = ٤
 ٢ = ٢

أوجد مساحة المثلث PQR
 ١٠ = ١٠
 ٦ = ٦
 ٤ = ٤
 ٢ = ٢

أوجد مساحة المثلث PQR
 ١٠ = ١٠
 ٦ = ٦
 ٤ = ٤
 ٢ = ٢

أوجد مساحة المثلث PQR
 ١٠ = ١٠
 ٦ = ٦
 ٤ = ٤
 ٢ = ٢

إذا كان المثلث PQR
 ١٠ = ١٠
 ٦ = ٦
 ٤ = ٤
 ٢ = ٢

أوجد مساحة المثلث PQR
 ١٠ = ١٠
 ٦ = ٦
 ٤ = ٤
 ٢ = ٢

أوجد مساحة المثلث PQR
 ١٠ = ١٠
 ٦ = ٦
 ٤ = ٤
 ٢ = ٢

أوجد مساحة المثلث PQR
 ١٠ = ١٠
 ٦ = ٦
 ٤ = ٤
 ٢ = ٢

(٢٦) مصنع تلاحات يبيع من تلاحته اسبوعيا تسعة لواندة ع = ٢٠ - ١/١٠ س جنيه
فاذا كان المصنع يتكلف مبلغ وقدره ص = ٥٠٠ + ١/١٠ س جنيه لانتاج هذا
العدد من التلاحات ١٠ اوجد حجم الانتاج لذي يحقق اكر ربح المصنع
الحل

نحسب بيع التلاحات = س ع = س (٢٠ - ١/١٠ س) = ٢٠ س - ١/١٠ س^٢
الربح = س = ٣ - ١/١٠ س - التكاليف الكلية

$$٢٠ س - ١/١٠ س^٢ - ٥٠٠ - ١/١٠ س = ٣ - ١/١٠ س$$

$$٢٠ س - ١٩٥ س - ١/١٠ س = ٣ - ١/١٠ س$$

$$\frac{٢٠ س}{٢٠ س} = \frac{١٩٥ س}{٢٠ س} - \frac{١}{١٠ س} = \frac{٣}{٢٠ س} - \frac{١}{١٠ س}$$

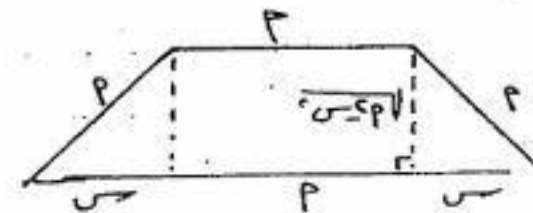
$$\frac{٢٠ س}{٢٠ س} = \frac{١٩٥ س}{٢٠ س} - \frac{١}{١٠ س} = \frac{٣}{٢٠ س} - \frac{١}{١٠ س}$$

∴ اكر ربح يتحقق عندها يكون الانتاج ٩٧٥ تلاحته اسبوعيا

(٢٧)

شبه متون متساوي الساقين وقاعدته الصغيرة ثابته = P و تساوي طول كل من الساقين
التيته الى قاعدته الكبرى = P ع عند تكونه مساحة قاعدته عظمى

الحل



طول القاعدة الكبرى = P ع + P

ارتفاع شبه المتون = ه

$$المساحة = \frac{١}{٢} (P ع + P) ه = ٣$$

$$\frac{١}{٢} (P ع + P) ه = ٣$$

$$\frac{١}{٢} (P ع + P) ه = \frac{٣}{١} \Rightarrow \frac{١}{٢} (P ع + P) = \frac{٣}{ه}$$

$$\frac{١}{٢} (P ع + P) = \frac{٣}{ه} \Rightarrow (P ع + P) = \frac{٦}{ه}$$

$$P ع = P - س \quad (موضحة)$$

$$\frac{P}{ه} = س$$

$$P ع + P = س + P = \frac{P}{ه} + P = \frac{P}{ه} (١ + ه)$$

$$P ع + P = س + P = \frac{P}{ه} + P = \frac{P}{ه} (١ + ه)$$

$$= P - س + س = P$$

$$= (P + س) (P - س)$$